ESERCIZI SULLA GEOMETRIA DELLE MASSE

1) **Calcolo del baricentro**

Si scompone, dapprima, la figura complessiva in figure semplici (rettangoli, triangoli, ecc), dopodiché si applica la relazione derivante dal Teorema di Varignon in cui le forze sono sostituite dalle singole aree delle figure in cui si è scomposta la figura; in questo modo, le coordinate del baricentro varranno:

$$X_G = \frac{\sum_{i=1}^{n} A_i \cdot x_{Gi}}{\sum_{i=1}^{n} A_i}; \qquad Y_G = \frac{\sum_{i=1}^{n} A_i \cdot y_{Gi}}{\sum_{i=1}^{n} A_i} \qquad (1)$$

in queste relazioni, i simboli hanno il seguente significato:

X_G, Y_G = Coordinate del baricentro della figura rispetto al sistema di riferimento scelto;

x_{Gi}, y_{Gi} = Coordinate del baricentro delle figure elementari rispetto al sistema di riferimento scelto:

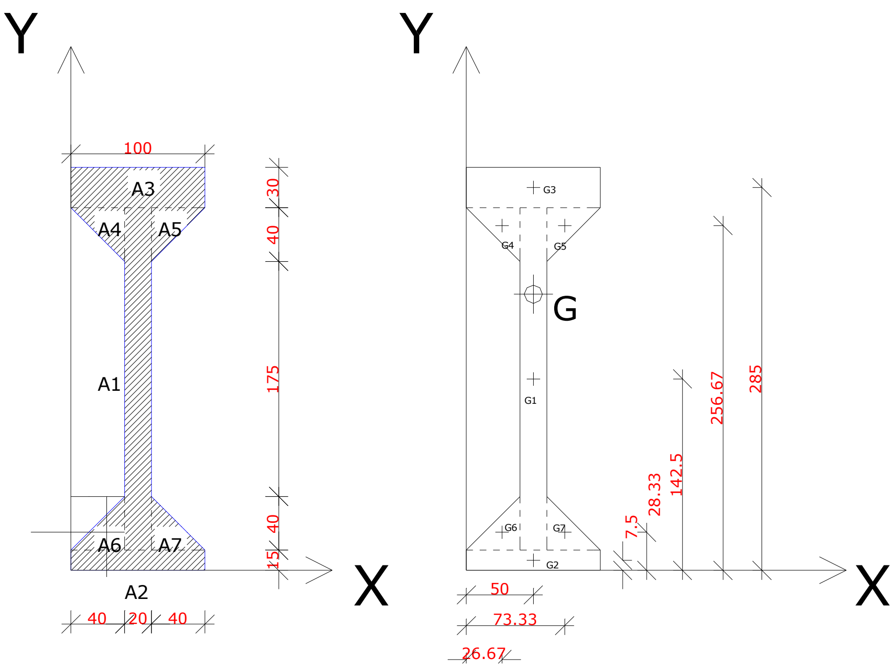
Ai = Aree delle figure elementari;

$\sum_{i=1}^{n} A_i = A =$ Somma delle aree delle figure elementari, quindi area dell'intera figura.

Nel calcolo dei baricentri occorre ricordarsi di una proprietà fondamentale degli stessi:

se la figura possiede un asse di simmetria, il baricentro si trova su tale asse; se gli assi di simmetria sono due, il baricentro sarà il punto di intersezione degli stessi.

Esercizio n. 1 (trave in c.a.p.)



Scomposta la figura in sette figure elementari si ha:

$A_1 = 20 \cdot 255 = 5100\ cm^2$; $A_2 = 100 \cdot 15 = 1500\ cm^2$; $A_3 = 100 \cdot 30 = 3000\ cm^2$;

$A_4 = A_5 = A_6 = A_7 = 0.5 \cdot 40 \cdot 40 = 800\ cm^2$

Applicando le relazioni (1) si trova:

$$X_G = \frac{5100 \cdot 50 + 1500 \cdot 50 + 3000 \cdot 50 + 800 \cdot 26.67 + 800 \cdot 26.67 + 800 \cdot 73.33 + 800 \cdot 73.33}{5100 + 1500 + 3000 + 800 + 800 + 800 + 800}$$

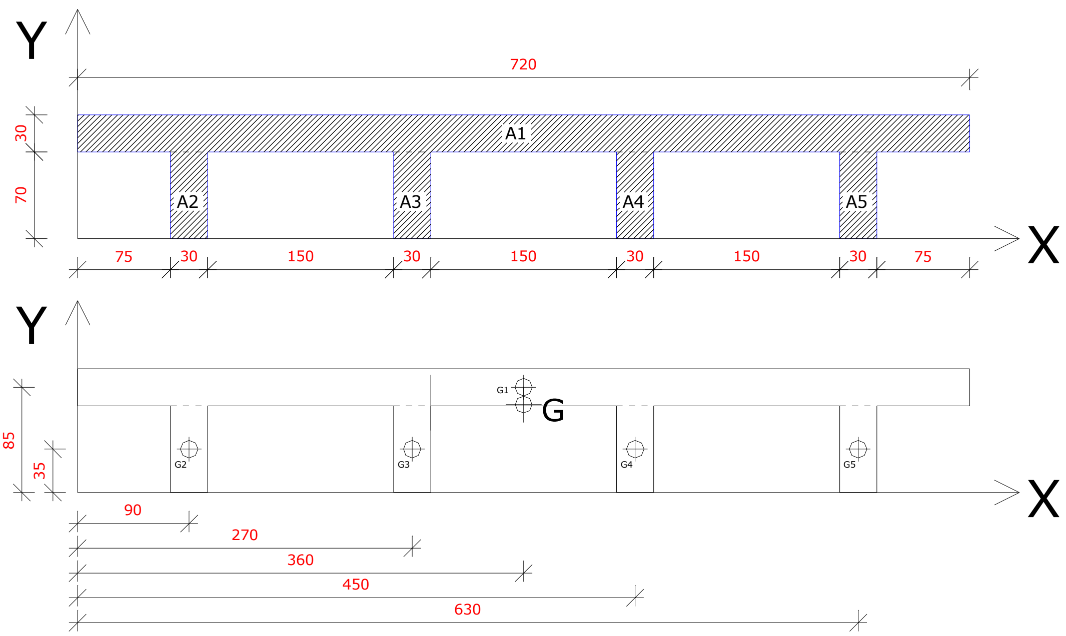
$$Y_G = \frac{5100 \cdot 256.67 + 1500 \cdot 7.5 + 3000 \cdot 285 + 800 \cdot 256.67 + 800 \cdot 256.67 + 800 \cdot 28.33 + 800 \cdot 28.33}{5100 + 1500 + 3000 + 800 + 800 + 800 + 800}$$

sviluppando le operazioni si trova:

$$X_G = \frac{640000}{12800} = 50\,\text{cm}$$ (il calcolo poteva evitarsi perché la figura è monosimmetrica)

$$Y_G = \frac{2631267}{12800} = 205.57\,\text{cm}$$

Esercizio n. 2 (impalcato da ponte)



Scomposta la figura in cinque figure elementari si ha:

$A_1 = 720 \cdot 30 = 21600\ cm^2$; $A_2 = A_3 = A_4 = A_5 = 30 \cdot 70 = 2100\ cm^2$

Applicando le relazioni (1) si trova:

$$X_G = \frac{21600 \cdot 360 + 2100 \cdot 90 + 2100 \cdot 270 + 2100 \cdot 450 + 2100 \cdot 630}{21600 + 2100 + 2100 + 2100 + 2100}$$

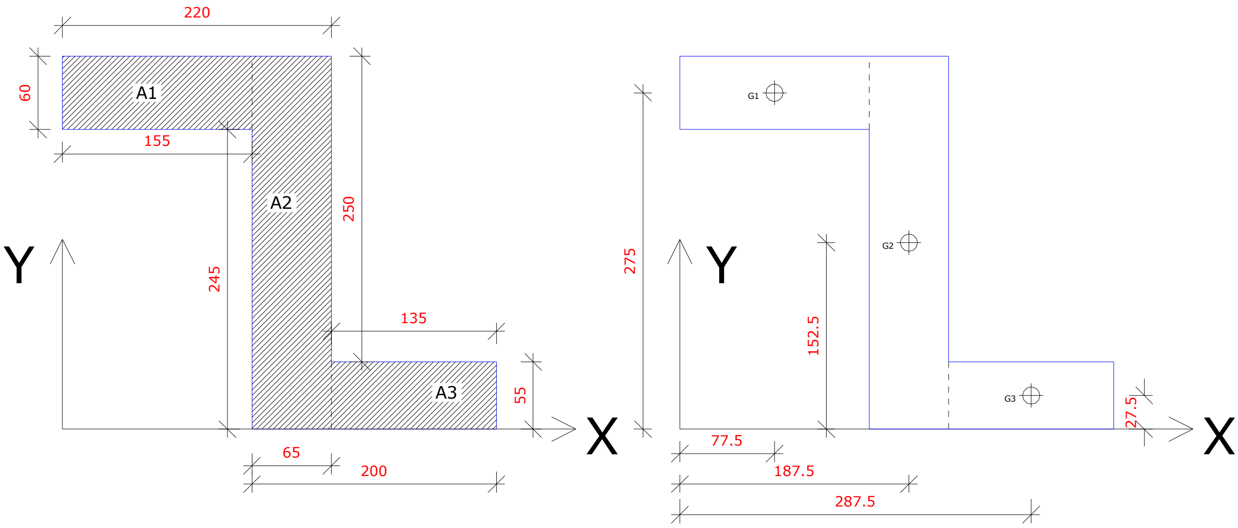
$$Y_G = \frac{21600 \cdot 85 + 2100 \cdot 35 + 2100 \cdot 35 + 2100 \cdot 35 + 2100 \cdot 35}{21600 + 2100 + 2100 + 2100 + 2100}$$

sviluppando le operazioni si trova:

$$X_G = \frac{10800000}{30000} = 360\,\text{cm}$$ (il calcolo poteva evitarsi perché la figura è monosimmetrica)

$$Y_G = \frac{2130000}{30000} = 71\,\text{cm}$$

Esercizio n. 3 (profilato generico)



Scomposta la figura in 3 figure elementari si ha:

$A_1 = 155 \cdot 60 = 9300\ \text{cm}^2$; $A_2 = 305 \cdot 65 = 19825\ \text{cm}^2$; $A_3 = 135 \cdot 55 = 7425\ \text{cm}^2$

Applicando le relazioni (1) si trova:

$$X_G = \frac{9300 \cdot 77.5 + 19825 \cdot 187.5 + 7425 \cdot 287.5}{9300 + 19825 + 7425}$$

$$Y_G = \frac{9300 \cdot 275 + 19825 \cdot 152.5 + 7425 \cdot 27.5}{9300 + 19825 + 7425}$$

sviluppando le operazioni si trova:

$$X_G = \frac{10800000}{30000} = 179.83\,\text{cm}$$

$$Y_G = \frac{2130000}{30000} = 158.28\,\text{cm}$$