

Laurea in "Scienze dell'Educazione"

Insegnamento di "Pedagogia Sperimentale" (*Prof. Paolo Frignani*)

Modulo di "Statistica e Tecnologia"

(Dott. Giorgio Poletti – [giorgio .poletti@unife.it](mailto:giorgio.poletti@unife.it))



VARIABILI CASUALI (*discrete*)

Una **VARIABILE CASUALE** può essere definita come un risultato, di tipo numerico, di un esperimento quando è di tipo non deterministico.

VARIABILI di tipo CASUALE

- **variabile casuale uniforme discreta**
- **variabile casuale binomiale e il caso particolare *variabile casuale bernoulliana***
- **variabile casuale poissoniana detta pure legge degli eventi rari**
- *variabile casuale geometrica o di Pascal*
- *variabile casuale ipergeometrica*
- *variabile casuale degenera*



VARIABILI CASUALI (discrete)

Una **VARIABILE CASUALE** può essere definita come un risultato, di tipo numerico, di un esperimento quando è di tipo non deterministico.

VARIABILI di tipo CASUALE

→ • **variabile casuale uniforme discreta**

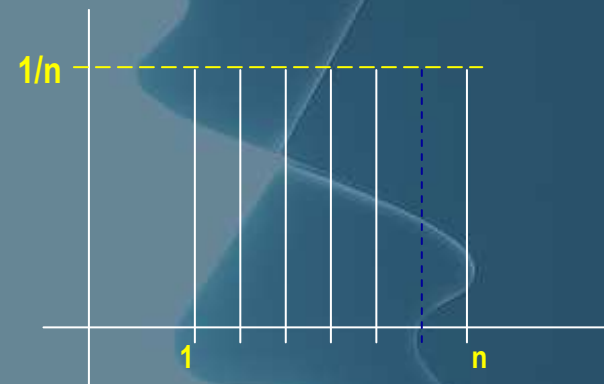
La **funzione di probabilità P** è uguale per tutti i valori.

Per cui P è l'inverso del numero dei valori (n)

$$P(k) = 1 / n, \text{ ove } k=1,2,\dots,n$$

Esempio: il tiro di un dado (numero di valori 6) la funzione di probabilità di uno qualsiasi dei numeri che possono sortire è 1/6;

$$P(2) = 1/6 \text{ (la probabilità che esca 2 in un tiro)}$$





VARIABILI CASUALI (discrete)

Una **VARIABILE CASUALE** può essere definita come un risultato, di tipo numerico, di un esperimento quando è di tipo non deterministico.

VARIABILI di tipo CASUALE



- **variabile casuale binomiale**
- Variabile che si applica alla descrizione di “prove dicotomiche stocasticamente indipendenti tra loro”.
- Per ogni evento di due soli possibili stati successo o insuccesso
- Caratterizzata da:
 - **p**: la probabilità di successo della singola prova ($0 < p < 1$, l'evento non può essere impossibile o sicuro)
 - **n**: il numero di prove

Detto **k** il numero di successi in **n** prove la distribuzione di probabilità associa ad ogni valore K la sua probabilità di successo è:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$$

Dove si utilizza il concetto di **coefficiente binomiale** che indica in quanti modi distinti si possono presentare i k successi in n prove:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n - k)!}$$

Nota: n! (n fattoriale); ad esempio $5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$ e $0! = 1$



VARIABILI CASUALI (*discrete*)

Una **VARIABILE CASUALE** può essere definita come un risultato, di tipo numerico, di un esperimento quando è di tipo non deterministico.

VARIABILI di tipo CASUALE

- **variabile casuale binomiale bernoulliana** (da Jakob Bernoulli)

La più semplice variabile casuale; dicotomica, con due sole modalità 0 (insuccesso) o 1 (successo), a cui sono associate le probabilità **p** e **1-p**.

Esempio: una variabile di questo tipo è applicabile in situazioni come quelle in cui si vuole calcolare se il lancio di un dado da un valore maggiore di 5 o ad un esame scritto si può rispondere esattamente a più del 60% delle domande.



VARIABILI CASUALI (*discrete*)

Una **VARIABILE CASUALE** può essere definita come un risultato, di tipo numerico, di un esperimento quando è di tipo non deterministico.

VARIABILI di tipo CASUALE

- **variabile casuale poissoniana (detta pure legge degli eventi rari)**

Variabile che esprime la probabilità di un numero di eventi che si verificano in un periodo di tempo fissato se questi eventi hanno una media conosciuta e accadono indipendentemente dall'evento precedente; questa variabile può essere anche usata per eventi di altri specifici intervalli come la distanza, l'area o il volume.

$$P(x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}$$

Funzione di probabilità della legge degli eventi rari:

- λ** (valore maggior di 0) numero di successi attesi nel periodo considerato
- e** numero di Nepero (costante 2,71828 18284 59045)
- x** numero di successi che si intende prevedere



VARIABILI CASUALI (discrete)

Una **VARIABILE CASUALE** può essere definita come un risultato, di tipo numerico, di un esperimento quando è di tipo non deterministico.

VARIABILI di tipo CASUALE

- **variabile casuale poissoniana (detta pure legge degli eventi rari)**

Esempio - Calcolare la probabilità che un qualsiasi studente abbia bisogno di pratiche della segreteria studenti nel corso di un anno. Utilizziamo a come esempio una ipotetica tabella di rilevazione:

N.ro pratiche	N.ro studenti	Tot. pratiche
0	50	0
1	15	15
2	20	40
3	10	30
4	5	20
0-4	100	105

In base a tale tabella, in questo caso, λ è $105/100=1,05$ e ponendo $x=0$ (lo studente non ha mai bisogno della segreteria) la formula dice che la probabilità che uno studente non abbia mai bisogno della segreteria è:

$$P(0) = (e^{-1,05} * 1,05^0)/0! = 0,349$$

per cui la probabilità cercata è

$$P_{\geq 1} = 1 - 0,349 = 0,651$$

$$P(x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}$$

Funzione di probabilità della legge degli eventi rari:

λ (valore maggior di 0) numero di successi attesi nel periodo considerato

e numero di Nepero (costante 2,71828 18284 59045)

x numero di successi che si intende prevedere



VARIABILI CASUALI (*continue*)

Una **VARIABILE CASUALE** può essere definita come un risultato, di tipo numerico, di un esperimento quando è di tipo non deterministico.

VARIABILI di tipo CASUALE

- **variabile casuale normale o gaussiana**
- **variabile casuale Gamma o Erlanghiana**
- **variabile casuale t di Student**
- ***variabile casuale esponenziale negativa, caso particolare di Gamma***
- **variabile casuale Chi Quadrato χ^2 , caso particolare di Gamma**
- ***variabile casuale Beta***
- ***variabile casuale rettangolare o uniforme continua***
- ***variabile casuale di Cauchy***



VARIABILI CASUALI (*continue*)

Una **VARIABILE CASUALE** può essere definita come un risultato, di tipo numerico, di un esperimento quando è di tipo non deterministico.

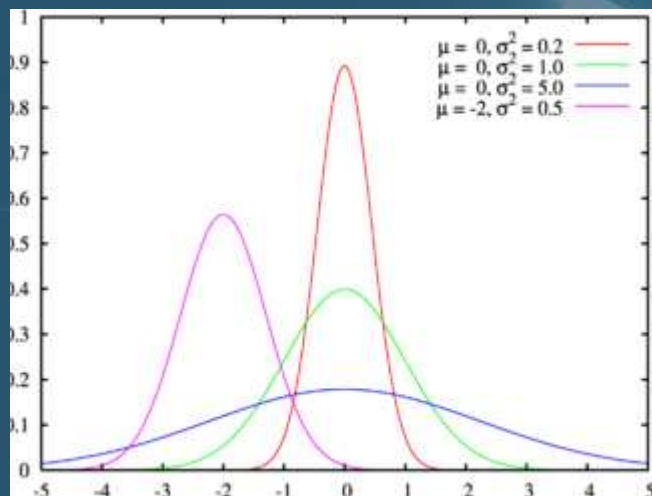
VARIABILI di tipo CASUALE

- **variabile casuale normale o gaussiana**

Variabile (detta anche curva di Gauss, Campana di Gauss, curva degli errori, curva a campana, ogiva) indicata:

$$N(\mu; \sigma^2) \quad (\mu \text{ media e } \sigma^2 \text{ varianza})$$

Variabile tra le più importanti, per essere, tra l'altro la base di partenza per altre variabili casuali tra le quali Chi Quadrato e *t* di Student.



$$p_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad \text{con } -\infty < x < \infty$$

Funzione di densità di probabilità



VARIABILI CASUALI (*continue*)

Una **VARIABILE CASUALE** può essere definita come un risultato, di tipo numerico, di un esperimento quando è di tipo non deterministico.

VARIABILI di tipo CASUALE

- **variabile casuale Gamma o Erlanghiana**

Variabile casuale Gamma o variabile casuale erlanghiana è una variabile casuale continua che viene definita da due parametri (indicati qui di seguito con **a** e **p**).

(a volte si usa la dicitura "Gamma" solo per $a=1$, e "Erlanghiana" negli altri casi).

Viene usata per via di alcuni suoi casi particolari e per il suo ruolo **nell'inferenza bayesiana**.

L'inferenza bayesiana è un approccio all'inferenza statistica in cui le probabilità non sono interpretate come frequenze, proporzioni o altri concetti simili, ma piuttosto come livelli di fiducia nel verificarsi di un dato evento. Il nome deriva dal teorema di Bayes, che costituisce il fondamento di questo approccio.



VARIABILI CASUALI (*continue*)

Una **VARIABILE CASUALE** può essere definita come un risultato, di tipo numerico, di un esperimento quando è di tipo non deterministico.

VARIABILI di tipo CASUALE

→ • **variabile casuale t di Student**

Variabile che deve il suo nome allo pseudonimo Student usato da William Sealy Gosset, ideatore dell'omonimo test; la variabile venne identificata da Ronald Fisher.

Date 2 variabili aleatorie indipendenti Y e X_g^2 che seguano rispettivamente la distribuzione normale ridotta e la distribuzione chi-quadro con g gradi di libertà, la variabile t di Student si formalizza

$$t = \frac{Y}{\sqrt{\frac{X^2}{g}}} = \sqrt{g} \frac{Y}{X}$$

Test di Student è un test di significatività del campione rispetto alla popolazione (UNIVERSO)



VARIABILI CASUALI (*continue*)

Una **VARIABILE CASUALE** può essere definita come un risultato, di tipo numerico, di un esperimento quando è di tipo non deterministico.

VARIABILI di tipo CASUALE



- **variabile casuale Chi Quadrato χ^2 , caso particolare di Gamma**

Variabile che è un caso particolare della variabile Gamma con $a=1/2$ e $p=g/2$ (dove g sono i gradi di libertà)

Questa variabile è un **indice di indipendenza**, misura la distanza della distribuzione di frequenza osservata, dalla distribuzione di frequenza teorica che si avrebbe in caso di indipendenza. Assume valore 0 in caso di indipendenza.



Link utili

http://www.ds.unifi.it/VL/VL_IT/index.html

http://www.analisi-statistiche.com/verifica_di_ipotesi/test_t_di_student.php