Esempio di progetto di un telaio di c.a.

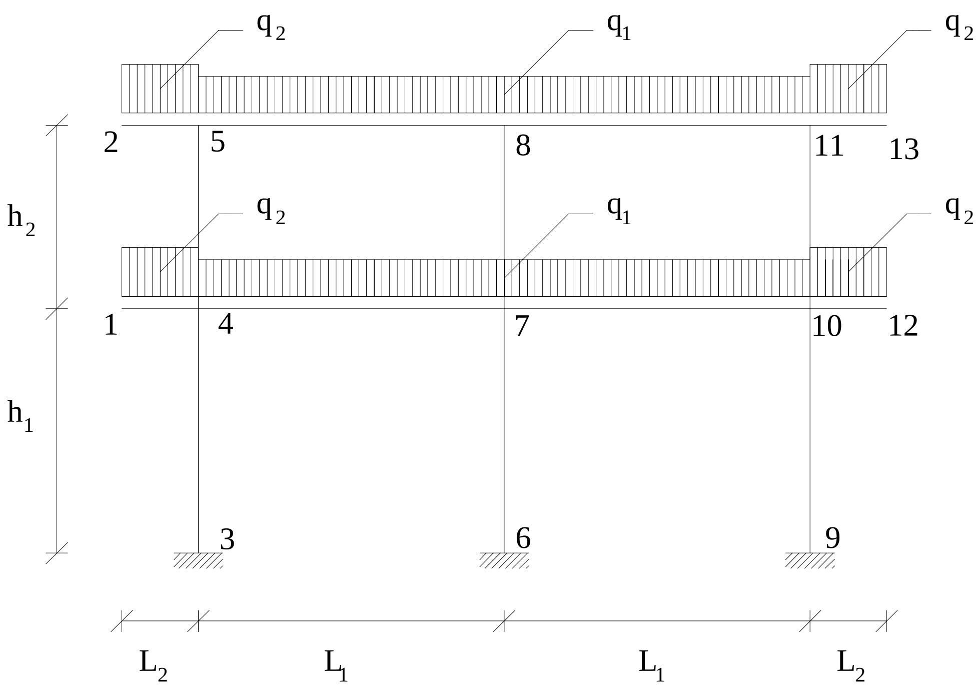


Fig. 1 Schema statico.

La struttura intelaiata in c.a. riportata in *Fig. 1* è costituita da travi di sez. 80 cm x 24 cm e pilastri di sezione 30 cm x 30 cm. Le quote di figura hanno valori: h_1 = 400 cm, h_2 = 300 cm, L_1 = 500 cm, L_2 = 125 cm. I carichi distribuiti, comprensivi di permanenti ed accidentali, sono pari a q_1 = 3000 Kgf/m sulle campate e q_2 = 4000 Kgf/m sugli sbalzi.

Parte 1:

Calcolare la struttura e tracciare in scala i diagrammi quotati del momento flettente, del taglio e dello sforzo normale.

Parte 2:

Con riferimento all'unica condizione di carico assegnata, dimensionare le armature e disegnarne uno schema quotato per l'intera struttura.

Materiali: calcestruzzo Rck 300;

acciaio FeB44k.

Parte 3:

Verificare la struttura con il metodo delle tensioni ammissibili.

Esempio di progetto di un telaio di c.a.

***PARTE 1**: analisi delle sollecitazioni.*

Il telaio in esame è simmetrico e simmetricamente caricato.

Nell'ipotesi di indeformabilità assiale dei pilastri, i nodi sull'asse di simmetria risultano fissi e quindi è possibile considerare e calcolare una sola metà della struttura.

Il calcolo della struttura viene effettuata con il *metodo di Cross*.

nodi	***aste***	***Sezione (cm x cm)***	$J\left(\frac{b\cdot h^3}{12}\right)$ ***(cm^4)***	***l = luce (cm)***	***W_i=Rigidezze***	$\rho_i\left(\frac{W_i}{\sum W_i}\right)$
4	4-3	30x30	67500	400	$\frac{4EJ}{l}=675$ E	0,292
	4-5	30x30	67500	300	$\frac{4EJ}{l}=900$ E	0,389
	4-7	80x24	92160	500	$\frac{4EJ}{l}=737$ E	0,319
5	5-4	30x30	67500	300	$\frac{4EJ}{l}=900$ E	0,550
	5-8	80x24	92160	500	$\frac{4EJ}{l}=737$ E	0,450

Tab. 1 Coefficienti di ripartizione.

Costruita la tabella dei coefficienti di ripartizione (*Tab. 1*), si procede con il calcolo dei momenti di incastro perfetto $\bar{M}$, bloccando le rotazioni di tutti i nodi.

In *Fig. 2* si riporta il calcolo dei momenti di incastro perfetto e lo schema del calcolo dei momenti effettuato con il metodo di Cross.

N.B.

- Le sollecitazioni M, T, N verranno contrassegnate dal pedice i-j per indicarle riferite al nodo i dell'asta i-j.

$$\overline{M}_{5-8} = -\frac{q_1 \cdot L_1^2}{12} = -6250\,Kgf \cdot m \qquad \overline{M}_{7-4} = \frac{q_1 \cdot L_1^2}{12} = 6250\,Kgf \cdot m$$

$$\overline{M}_{8-5} = \frac{q_1 \cdot L_1^2}{12} = 6250\,Kgf \cdot m \qquad \overline{M}_{5-2} = \frac{q_2 \cdot L_2^2}{2} = 3125\,Kgf \cdot m$$

$$\overline{M}_{4-7} = -\frac{q_1 \cdot L_1^2}{12} = -6250\,Kgf \cdot m \qquad \overline{M}_{4-1} = \frac{q_2 \cdot L_2^2}{2} = 3125\,Kgf \cdot m$$

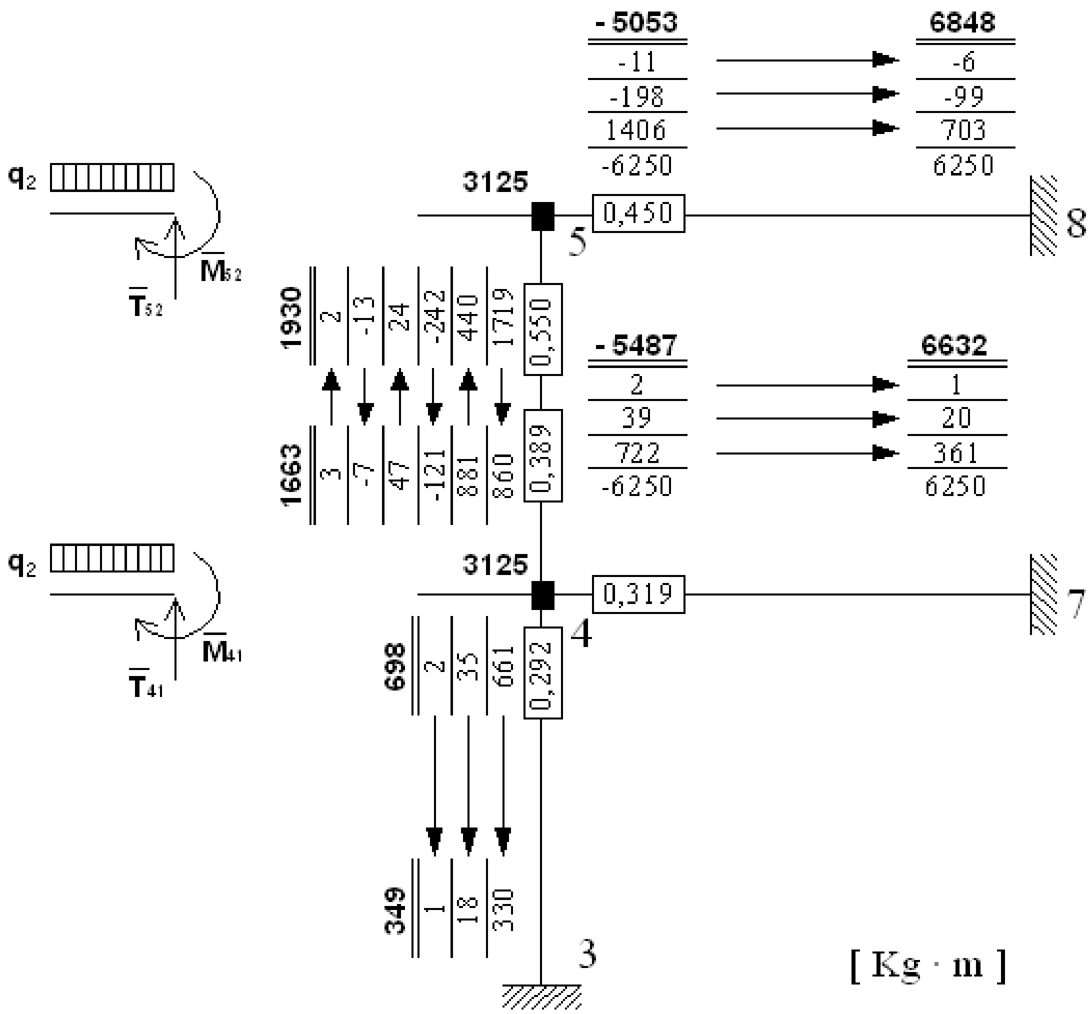
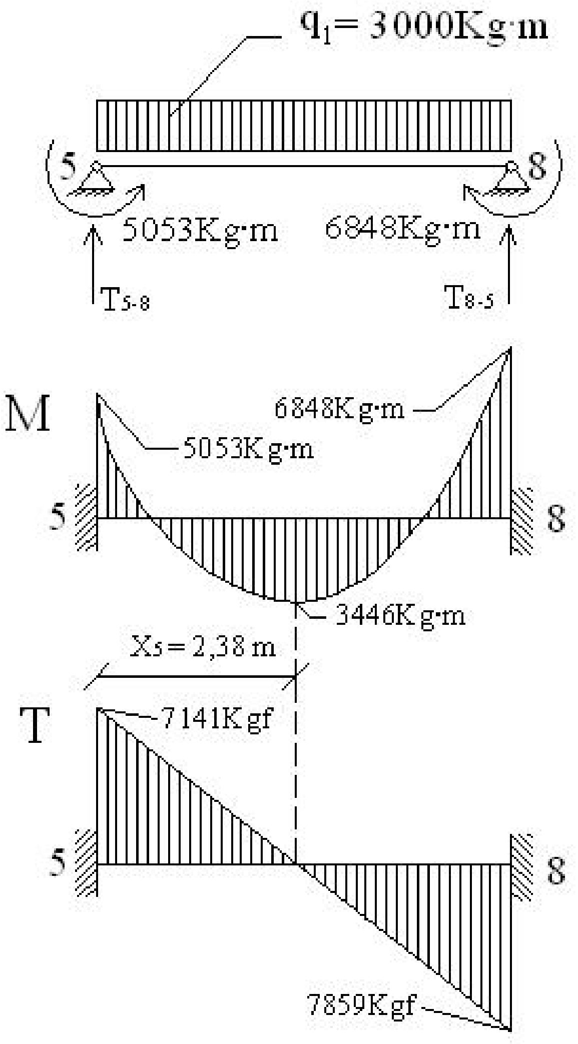


Fig. 2 Calcolo dei momenti di incastro perfetto e valutazione dei momenti flettenti con il *metodo del Cross*.

N.B. Fra i momenti agenti sulle aste concorrenti nei nodi 4 e 5 devono essere considerati anche i momenti di incastro degli sbalzi 4-1 e 5-2, entrambi pari a 3125 kgf · m. La somma di tutti i momenti agenti sulle aste convergenti nei suddetti nodi fornisce i rispettivi momenti squilibrati.

Il valore del taglio alle estremità delle travi lo si ricava tramite equazioni di equilibrio per ogni singola asta del telaio. Una volta calcolati i tagli si calcolano altresì i massimi momenti positivi in campata e le relative ascisse sulle travi.

Trave 5-8:



L'equilibrio delle aste fornisce:

$$T_{8-5} = \frac{q_1 \cdot L_1}{2} + \frac{6848 - 5053}{L_1} \Rightarrow T_{8-5} = 7859 Kgf$$

$$T_{5-8} = \frac{q_1 \cdot L_1}{2} - \frac{6848 - 5053}{L_1} \Rightarrow T_{5-8} = 7141 Kgf$$

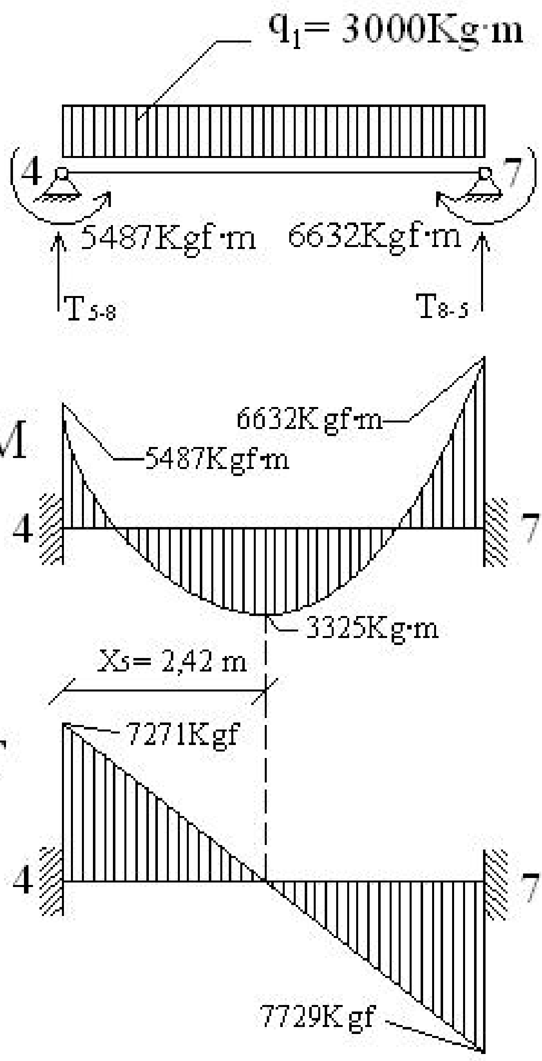
Trovati i tagli T_{5-8} e T_{8-5}, si calcola quindi il massimo momento positivo e la sua distanza x_5 dall'estremo sinistro della trave.

$$T_{5-8} - q_1 \cdot x_5 = 0 \Rightarrow x_5 = 2,38 m$$

Indicato con $M_{5-8}^{\max}$ il massimo momento positivo, risulta:

$$M_{5-8}^{\max} = T_{5-8} \cdot x_5 - M_{5-8} - q_1 \cdot x_5 \cdot \frac{x_5}{2} =$$
$$= 3446 Kgf \cdot m$$

Trave 4-7:



L'equilibrio delle aste fornisce:

$$T_{7-4} = \frac{q_1 \cdot L_1}{2} + \frac{6632 - 5487}{L_1} \Rightarrow T_{7-4} = 7729 Kgf$$

Dall'equilibrio alla rotazione attorno al nodo 4:

$$T_{4-7} = \frac{q_1 \cdot L_1}{2} - \frac{6632 - 5487}{L_1} \Rightarrow T_{4-7} = 7271 Kgf$$

Trovati i tagli $T_{4\text{-}7}$ e $T_{7\text{-}4}$, si calcola quindi il massimo momento positivo e la sua distanza x_4 dall'estremo sinistro della trave.

$$x_4 = \frac{T_{4-7}}{q_1} = \frac{7271}{3000} = 2,42 \ \ m.$$

Indicato quindi con $M_{4-7}^{\max}$ il massimo momento positivo, esso risulta:

$$M_{4-7}^{\max} = 3325 Kgf \cdot m$$

Poiché il punto di nullo del taglio è molto prossimo alla mezzeria, si può stimare il massimo momento positivo nel seguente modo:

$$M_{4-7}^{mezz} = \frac{q_1 \cdot L_1^2}{8} - \frac{M_{4-7} + M_{7-4}}{2} = 3315 Kgf \cdot m \cong M_{4-7}^{\max}$$

Anche per la trave 5-8 si sarebbe potuto utilizzare con buona approssimazione tale espressione, ottenendo un momento in campata di 3415 Kgf·m.

Sbalzi 5-2 e 4-1:

Dagli equilibri alla traslazione verticale degli sbalzi si ottiene:

$T_{5-2} = q_2 \cdot L_2 = 4000 \cdot 1{,}25 = 5000 Kgf$.

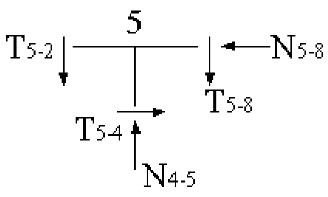
$T_{4-1} = q_2 \cdot L_2 = 4000 \cdot 1{,}25 = 5000 Kgf$.

Si calcolano di seguito gli *sforzi normali* nelle aste attraverso l'equilibrio alla traslazione dei nodi:

$$N_{4-5} = T_{5-8} + T_{5-2} = 7141 + 5000 = 12141 Kgf;$$

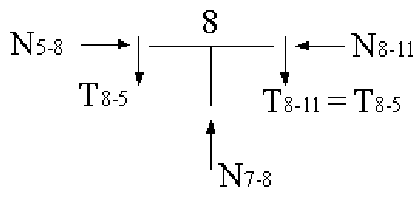
$$N_{5-8} = T_{5-4} = 1198 Kgf;$$

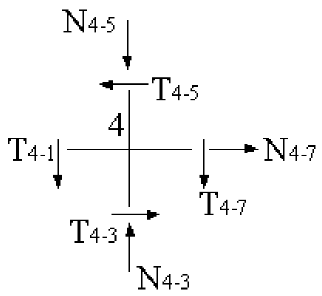
$$N_{2-5} = 0;$$



$$N_{5-8} = N_{8-11};$$

$$N_{7-8} = T_{8-5} + T_{8-11} = 2 \cdot 7859 = 15718 Kgf;$$

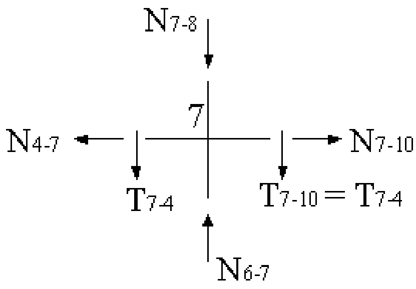




$$N_{4-3} = N_{4-5} + T_{4-1} + T_{4-7} =$$
$$= 12141 + 5000 + 7271 = 24412 Kgf;$$

$$N_{4-7} = T_{4-5} - T_{4-3} = 1198 - 262 = 936 Kgf;$$

$$N_{1-4} = 0;$$



$$N_{4-7} = N_{7-10};$$

$$N_{6-7} = N_{7-8} + T_{7-4} + T_{7-10} =$$
$$= 15718 + 2 \cdot 7729 = 31176 Kgf;$$

Si riportano quindi in *Figg. 3*, *4* e *5* i diagrammi rispettivamente di *momento flettente*, *taglio* e *sforzo normale*.

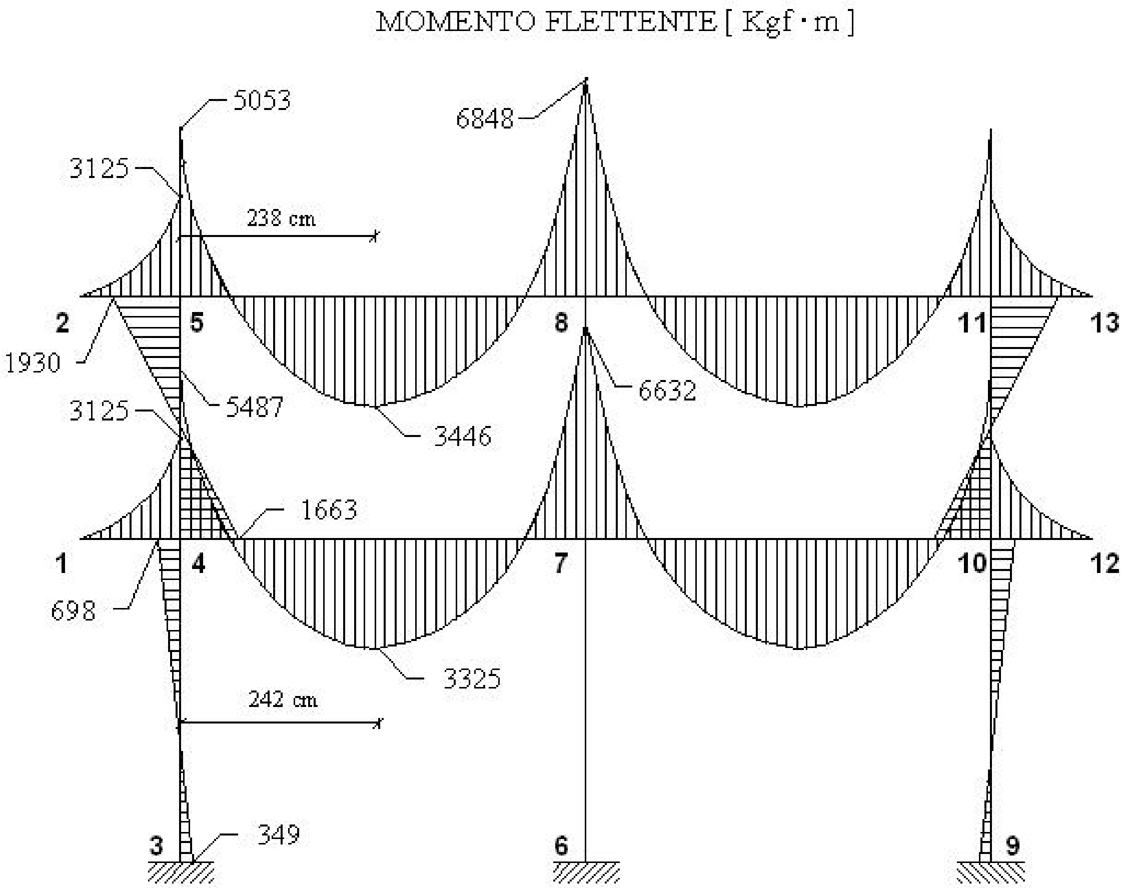


Fig. 3 Diagramma del momento flettente sull'intera struttura.

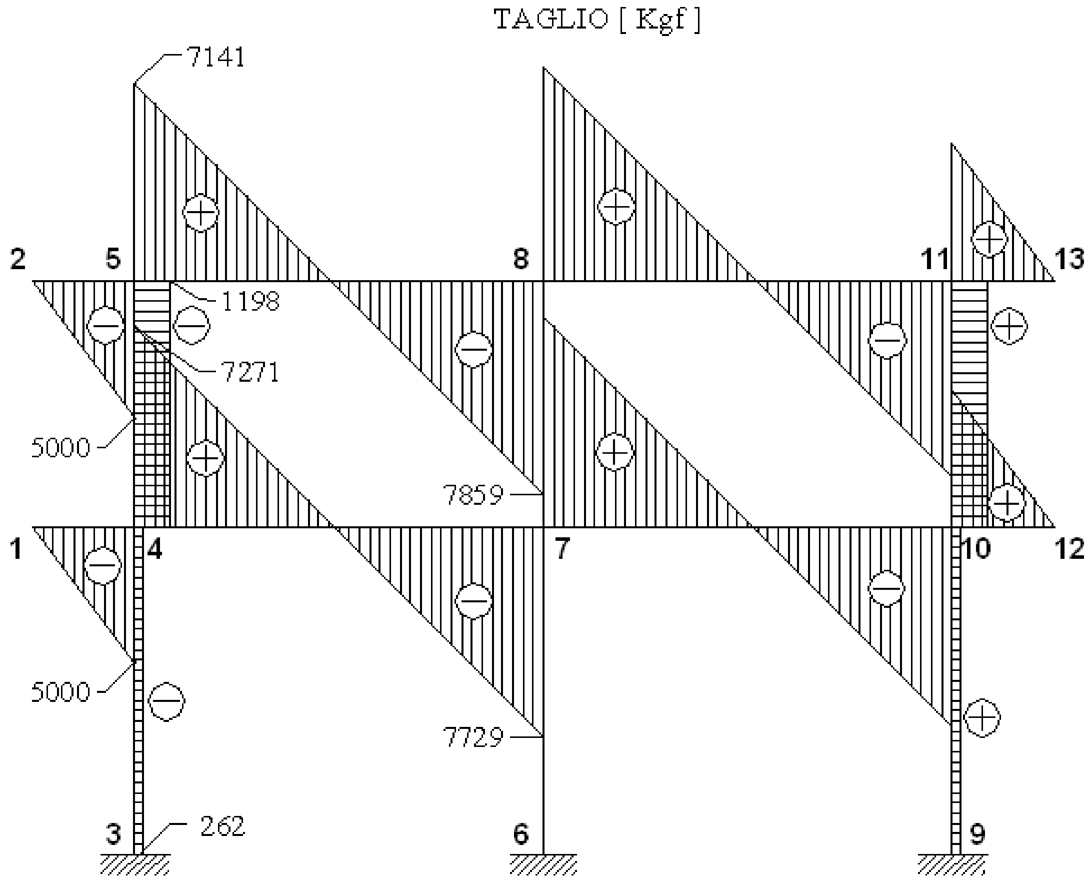


Fig. 4 Diagramma del taglio.

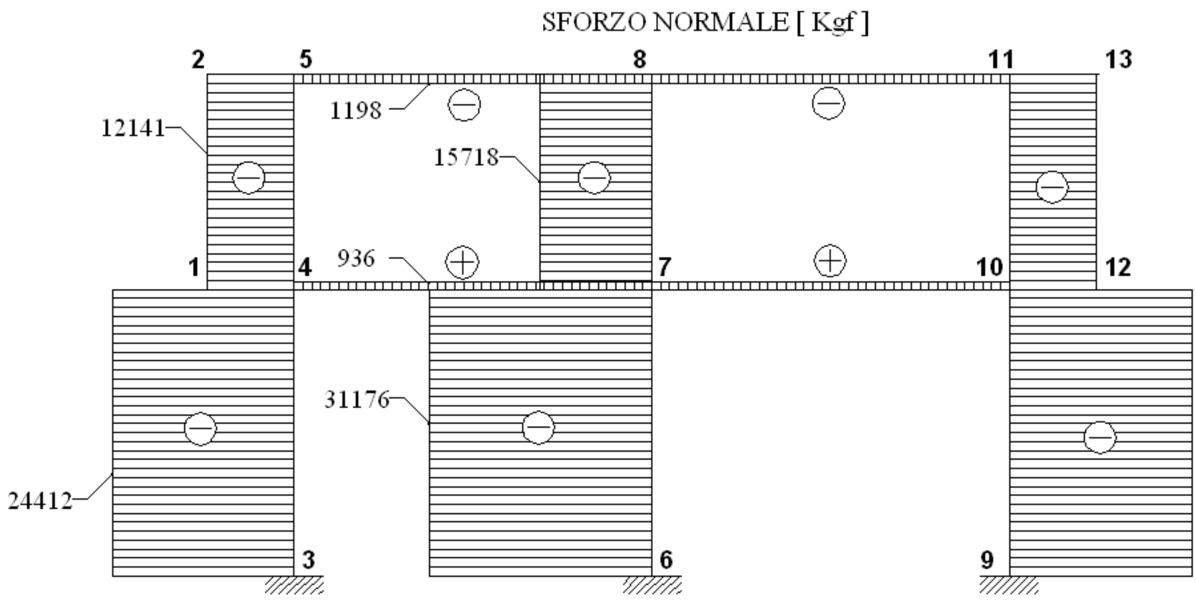


Fig. 5 Diagramma dello sforzo normale.

***PARTE 2*: semiprogetto delle sezioni**

Calcolo delle armature longitudinali delle travate

I valori delle sollecitazioni (M,T,N) sulle travate superiore ed inferiore sono molto simili. L'armatura resistente a flessione sarà calcolata sulle sezioni più sollecitate (*Fig. 6*) per poi estendere i risultati ad entrambe le travate.

I dati sulla geometria delle sezioni sono riportati in *Fig. 7*.

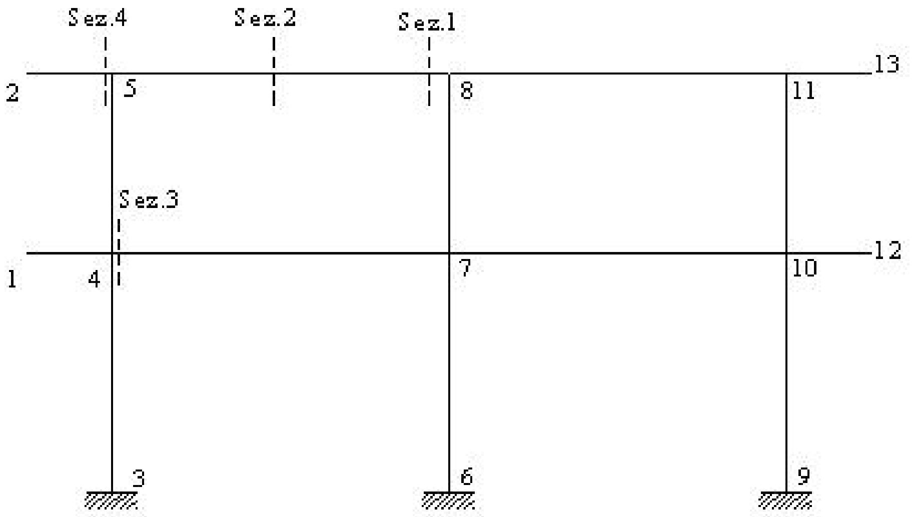


Fig. 6 Sezioni maggiormente sollecitate.

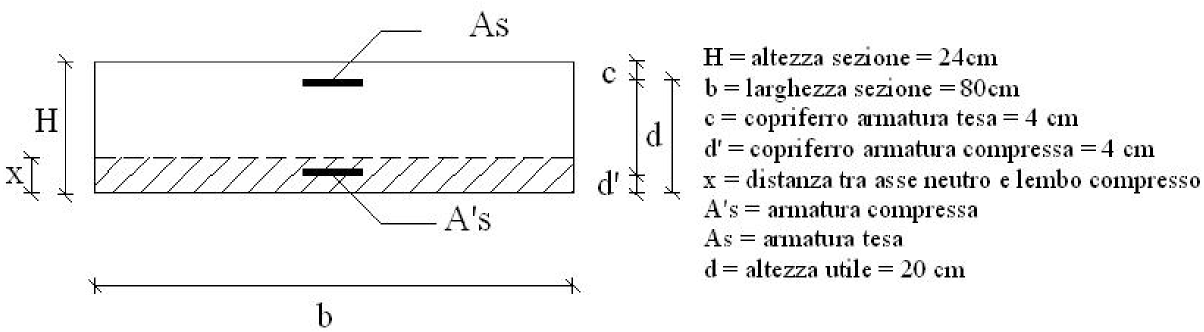


Fig. 7 Geometria della sezione delle travate.

Materiali Acciaio: FeB44K $\rightarrow$ tensione ammissibile = $\overline{\sigma}_s$ = 2600 Kgf/cm^2.

Calcestruzzo: Rck300 $\rightarrow$ tensione ammissibile = $\overline{\sigma}_c$ = 97,5 Kgf/cm^2.

<u>*Semiprogetto sez. 1:*</u>

Il massimo momento negativo per la travata superiore si registra in corrispondenza del nodo 8 e risulta: $M_{8\text{-}5} = 6848\ Kgf \cdot m$.

$\frac{d'}{d} = \frac{4}{20} = 0{,}2;$

$r = d \cdot \sqrt{\frac{b}{M}} = 20 \cdot \sqrt{\frac{80}{684800}} = 0{,}216$. Tali valori, insieme a $\bar{\sigma}_s$, consentono di entrare nelle tabelle per trovare $\bar{\sigma}_c$ e t.

Assumendo $\mu = A'_s/A_s = 1$ ed utilizzando la tabella con $\frac{d'}{d} = 0{,}14$ (che tenderà a sottostimare la tensione σ_c), si ottiene:

$\sigma_c = 94$ Kgf/cm^2 < $\bar{\sigma}_c$ e t = 0,00204.

Si calcola quindi l'armatura minima necessaria a flessione:

$A_{s,min} = A'_{s,min} = t \cdot \sqrt{M \cdot b} = 0{,}00204 \cdot \sqrt{684800 \cdot 80} = 15{,}10\ cm^2$.

N.B. In fase di predimensionamento, per stimare l'armatura in zona tesa, si utilizza spesso, con buona approssimazione, la seguente espressione: $A_s = \frac{M}{\bar{\sigma}_s \cdot 0{,}9 \cdot d}$. Nel seguente caso si sarebbe ottenuto: $A_s = \frac{684800}{2600 \cdot 0{,}9 \cdot 20} = 14{,}63 cm^2$.

<u>*Semiprogetto sez.2:*</u>

Il massimo momento positivo in campata risulta: $M'_{5\text{-}8} = 3446\ Kgf \cdot m$.

$\frac{d'}{d} = 0{,}2;$

$r = 20 \cdot \sqrt{\frac{80}{344600}} = 0{,}305.$

Assumendo $\mu = A'_s/A_s = 0{,}2$ ed utilizzando sempre la tabella con $\frac{d'}{d} = 0{,}14$, si ottiene:

$\sigma_c = 76$ Kgf/cm$^2 < \bar{\sigma}_c$ e

t = 0,00142.

Si calcola quindi l'armatura minima necessaria a flessione:

$A_{s,min} = 0{,}00142 \cdot \sqrt{344600 \cdot 80} = 7{,}45$ cm^2.

$A'_{s,min} = 0{,}2 \cdot 7{,}45 = 1{,}49$ cm^2.

Semiprogetto sez.3:

Il momento negativo in corrispondenza del nodo 4 risulta: $M_{4\text{-}7} = 5487\ Kgf \cdot m$.

$\frac{d'}{d} = 0{,}2;$

$r = 20 \cdot \sqrt{\frac{80}{548700}} = 0{,}241.$

Assumendo $\mu = A'_s/A_s = 0{,}4$ ed utilizzando la tabella con $\frac{d'}{d} = 0{,}14$ si ottiene:

$\sigma_c = 96$ Kgf/cm^2 < $\overline{\sigma}_c$ e t = 0,00182.

Si procede quindi con il calcolo dell'armatura a flessione:

$A_{s,min} = 0{,}00182 \cdot \sqrt{548700 \cdot 80} = 12{,}06$ cm^2.

$A'_{s,min} = 0{,}4 \cdot 12{,}06 = 4{,}82$ cm^2.

Semiprogetto sez.4:

Sugli sbalzi si ha: $M_{5\text{-}2} = M_{4\text{-}1} = 3125\ Kgf \cdot m$.

$\frac{d'}{d} = 0{,}2;$

$r = 20 \cdot \sqrt{\frac{80}{312500}} = 0{,}320.$

Assumendo $\mu = A'_s/A_s = 0{,}2$ ed utilizzando la tabella con $\frac{d'}{d} = 0{,}14$ si ottiene:

$\sigma_c = 72$ Kgf/cm^2 < $\overline{\sigma}_c$ e t = 0,00135.

$A_{s,min} = 0{,}00135 \cdot \sqrt{312500 \cdot 80} = 6{,}75$ cm^2.

$A'_{s,min} = 0{,}2 \cdot 6{,}75 = 1{,}35$ cm^2.

Si riporta in *Fig. 8* le aree di acciaio risultate dal calcolo nelle 4 sezioni studiate ed il numero di ferri longitudinali che soddisfano tali richieste, nell'ipotesi di armare le travi con sole barre del diametro di 18 mm.

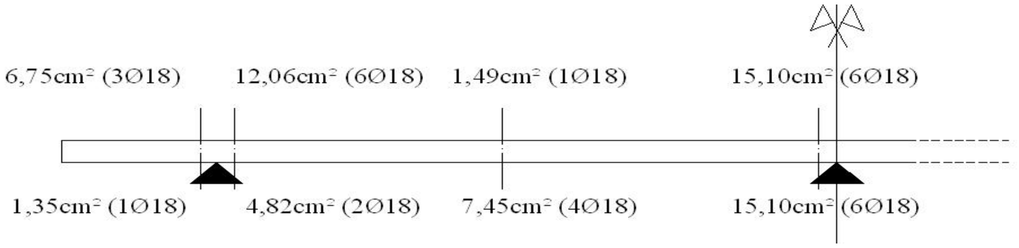


Fig. 8

Considerata la larghezza di 80 cm della sezione, si ritiene opportuno di disporre almeno 6 ferri sia superiormente che inferiormente, ottenendo così il dettaglio delle armature longitudinali riportato in *Fig. 9*.

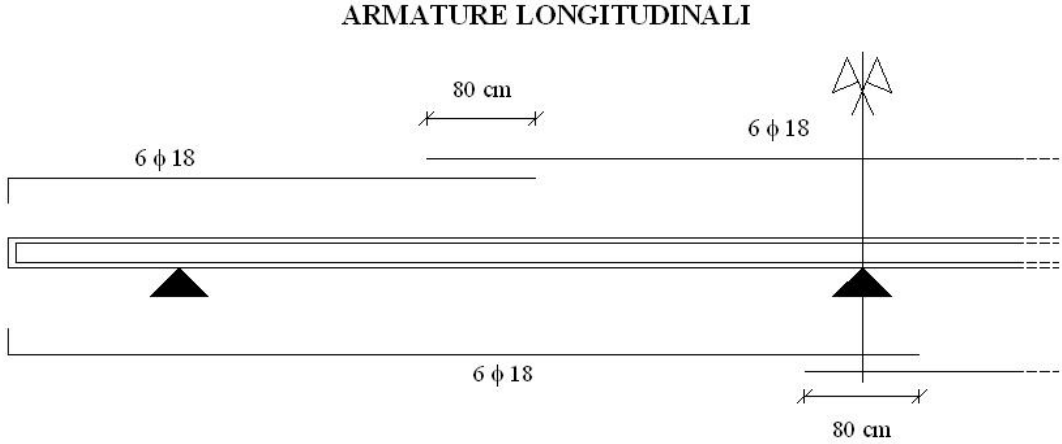


Fig. 9. Disposizione dei ferri longitudinali su metà travata tipo.

Calcolo delle armature a taglio delle travate

Travi 5-8 e 4-7:

Il massimo valore del taglio si registra in corrispondenza del nodo 8 e vale:

$T_{8-5} = T_{max} = 7859\ Kgf$.

Indicato con h_0 il *braccio della coppia interna*, si considera l'approssimazione: $h_0 \sim 0{,}9 \cdot d$.

Per tener conto della larghezza ridotta dell'appoggio, pari a quella del pilastro, si assume per la valutazione della $\tau_{\max}$ una larghezza efficace della trave pari a $b_e = \frac{2}{3}b$.

Si ottiene quindi:

$$\tau_{\max} = \frac{T_{\max}}{b_e \cdot h_0} = \frac{T_{\max}}{b_e \cdot 0{,}9 \cdot d} = \frac{7859}{(2/3)\cdot 80 \cdot 0{,}9 \cdot 20} = 8{,}19\ \text{Kgf/cm}^2 > \tau_{c0}\ .$$

Occorre quindi calcolare l'armatura a taglio.

Si ritiene che ad una distanza pari a $\frac{b}{2}$ dall'appoggio ideale si sia realizzata una completa diffusione degli sforzi e pertanto, ai fini della valutazione delle tensioni tangenziali a partire da tale sezione si assume $b_e = b$ (*Fig. 10*).

Osservando che $T_{b/2} = 6659 Kgf$, risulta quindi:

$$\tau_{b/2} = \frac{T_{b/2}}{b \cdot h_0} = \frac{T_{b/2}}{b \cdot 0{,}9 \cdot d} = \frac{6659}{80 \cdot 0{,}9 \cdot 20} = 4{,}63 \text{ Kgf/cm}^2 < \tau_{c0} \,.$$

A distanze maggiori di $\frac{b}{2}$ dall'appoggio, si dispone quindi la minima armatura a taglio prevista da normativa.

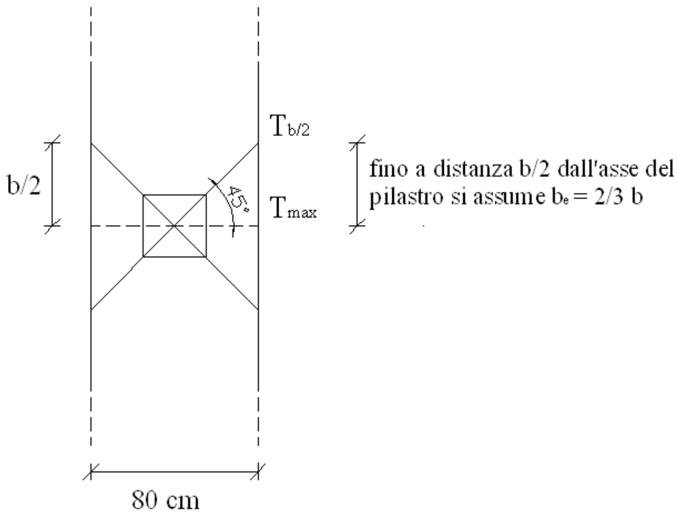


Fig. 10

In merito all'armatura a taglio delle travi, il D.M.14/2/92, al punto 5.3.2, prescrive:

"In prossimità di carichi concentrati o delle zone d'appoggio, **per una lunghezza pari all'altezza utile della sezione**, da ciascuna parte del carico concentrato, il passo delle staffe non dovrà superare il valore 12 $\varnothing_l$, essendo $\varnothing_l$ il diametro minimo dell'armatura longitudinale….".

Tale prescrizione può ritenersi pertinente al caso in esame poiché, per una trave in spessore, un pilastro passante può essere riguardato come un vincolo di appoggio. Poiché risulta $\frac{b}{2} > h_0$, si conviene di calcolare l'armatura per taglio per un tratto di trave almeno pari a $\frac{b}{2}$.

Calcolo dell'armatura da disporre in campata

In merito alla minima armatura a taglio delle travi, il D.M.14/2/92, al punto5.3.2, prescrive:

"….Nelle travi si devono prevedere staffe aventi sezione complessiva non inferiore a 0,10 β^* cm^2/m, essendo β^* la larghezza corrispondente a $\tau = \tau_{c0}$ con un minimo di tre staffe al metro e comunque passo non superiore a 0,8 volte l'altezza utile della sezione…".

Essendo la trave a geometria costante, la larghezza della sezione in cui $\tau = \tau_{c0}$ è pari a b e quindi $\beta^* = b = 80$ cm.

La normativa impone quindi che:

$A_{st} \geq 0{,}1 \cdot \beta^{*} = 8{,}00 \dfrac{cm^2}{m}$.

Il passo massimo delle staffe risulta pari a 0,8·d = 0,8·20 = 16 cm e si decide di adottare, nella parte centrale della trave, staffe a quattro bracci ϕ8 con passo di 15 cm.

Disponendo quindi almeno 6 staffe in 1 m e indicando con $A_{\phi 8}$ l'area resistente a taglio di una staffa ϕ8 a 4 bracci (2,01 cm^2), si ottiene un'area di acciaio complessiva minima disposta in 1 metro di trave pari a 12,06 cm^2 /m > 0,1 β^* = 8,00 cm^2 / m.

Calcolo dell'armatura da disporre in adiacenza degli appoggi

Si assume che, in adiacenza degli appoggi, le isostatiche di trazione siano inclinate di 45° sull'orizzontale e che, quindi, un'ipotetica sezione ad esse perpendicolare interessi il traliccio resistente a taglio per una lunghezza pari all'altezza, e cioè per h_0 ~ 0,9·d ~ 18 cm.

In tale lunghezza di trave, il taglio T, posto pari a T_{max}, viene affidato interamente alle staffe e richiede quindi un'area complessiva A_{st} pari a:

$A_{st} \sim \dfrac{T_{max}}{\overline{\sigma}_s} = \dfrac{7859}{2600} \sim \dfrac{3cm^2}{18cm}$.

Se si indica con n_{st} il numero di staffe che realizzano l'area A_{st}, risulta:

$n_{st} = A_{st} / A_{\phi 8}$ = 3,00 / 2,01 ~ 1,5.

Dovendo quindi utilizzare almeno 2 staffe ϕ8 in 18 cm, si conviene di scegliere un passo delle staffe pari a 9 cm e si conserva tale staffatura almeno per il tratto di trave di lunghezza $\dfrac{b}{2}$. Occorre osservare tuttavia che, se si limita tale staffatura alla sola lunghezza $\dfrac{b}{2}$, esiste almeno una sezione, immediatamente prima che venga scavalcato il tratto $\dfrac{b}{2}$ (tratteggiata in *Fig. 11*), che incontra una sola staffa. Per evitare ciò, è quindi necessario estendere il raffittimento fino ad una distanza almeno pari a $\dfrac{b}{2}$ + h_0 = 40 + 18 = 58 cm. Si conviene quindi di introdurre una staffatura ϕ8 / 9 cm per una lunghezza di 45 cm misurati dal filo esterno del pilastro, per un totale di 6 staffe con passo 9 cm in entrambe le estremità della trave. Veranno inoltre disposte circa 25 staffe nella parte centrale della trave per un'area totale $A_{st} = (2 \cdot 6 + 25) \cdot 2{,}01 = 74{,}37\ cm^2$.

Si conviene infine di introdurre una staffa in asse ai pilastri con lo scopo di confinare il cls del nodo.

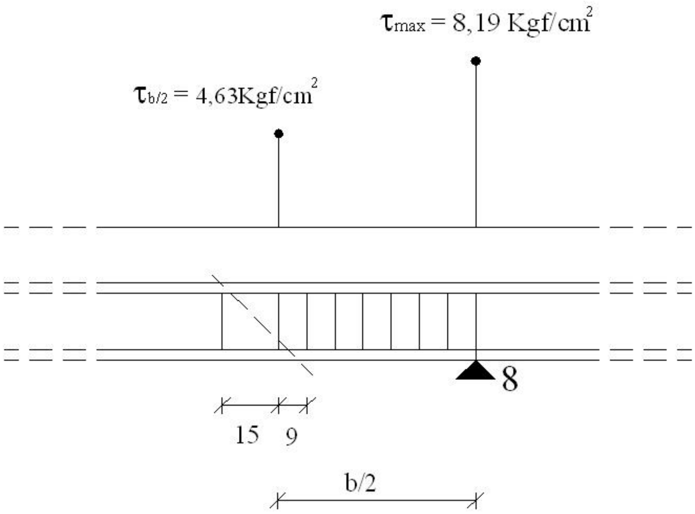


Fig. 11

Si osserva che il passo delle staffe adottato in prossimità degli appoggi rispetta i limiti di normativa:

$12 \cdot \phi_{min} = 12 \cdot \phi_{18} = 12 \cdot 1{,}8 = 21{,}6\ cm > 9\ cm$.

Infine, la massima variazione di momento si verifica sulla trave 5-8 e risulta:

$\Delta M = 6848 + 3446 = 10294\ Kgf \cdot m$.

Quindi lo scorrimento risulta:

$$\Delta S = \frac{\Delta M}{d} = \frac{1029400}{18} = 57189 Kgf\ .$$

Assumendo che in metà trave si abbia $A_{st} \sim 37\ cm^2$, lo sforzo di scorrimento globale che le staffe sopportano in metà trave risulta: $37 \cdot 2600 = 96200\ Kgf > \Delta S$.

<u>Sbalzi 5-2 e 4-1:</u>

$$T_{max} = T_{5\text{-}2} = T_{4\text{-}1} = 5000\ Kgf \ \rightarrow\ \tau_{\max} = \frac{T_{\max}}{b_e \cdot h_0} = \frac{5000}{(2/3) \cdot 80 \cdot 0{,}9 \cdot 20} = 5{,}21\ \text{Kgf/cm}^2 < \tau_{c0}\ .$$

Essendo $\tau_{\max} < \tau_{c0}$, l'armatura a taglio da adottare è la minima richiesta da normativa.

Come precedentemente calcolato, si disporranno staffe $\phi 8$ / 15 cm.

Calcolo delle armature longitudinali dei pilastri (sez. b=30cm x h=30cm)

Pilastro 7-6: *N = 31176Kgf.*

Si riporta in *Fig. 12* la geometria della sezione dei pilastri.

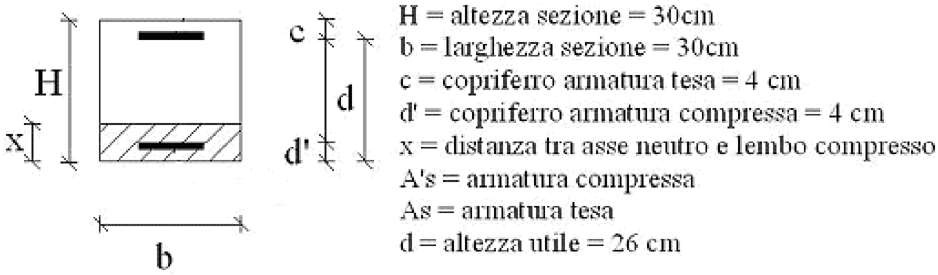


Fig. 12 Geometria della sezione dei pilastri.

Semiprogetto:

La sollecitazione è di *sforzo normale centrato.*

Il D.M. 14/2/92, al punto 3.1.3, prevede che:

"….Per pilastri calcolati a compressione semplice la tensione ammissibile assume il valore ridotto:

$\bar{\bar{\sigma}}_c = 0{,}7\ \bar{\sigma}_c$ per $s \geq 25$ cm;

con *s* dimensione trasversale minima della sezione….".

La tensione ammissibile ridotta del calcestruzzo $\bar{\sigma}'_c$ risulta quindi:

$\bar{\sigma}'_c = 0{,}7 \cdot \bar{\sigma}_c = 0{,}7 \cdot 97{,}5 = 68{,}25$ Kgf/cm^2.

Si indica ora con A_c l'area effettiva del pilastro e con A_{sc} l'area strettamente necessaria. Essi valgono: $A_c = 30^2 = 900$ cm^2, $A_{sc} = N / \bar{\sigma}'_c = 454$ cm^2.

Il D.M.14/2/92, al punto 5.3.4, impone che l'armatura longitudinale complessiva A_s dei pilastri sia maggiore dello 0,8% di A_{sc} ($A_s \geq 0{,}008 \cdot A_{sc} = 0{,}008 \cdot 454 = 3{,}63$ cm^2) e compresa tra lo 0,3% ed il 6% di A_c ($0{,}003 \cdot A_c = 2{,}7$ cm^2 $< A_s < 0{,}06 \cdot A_c = 54$ cm^2). Inoltre fissa 12 mm come diametro minimo delle barre longitudinali.

L'armatura longitudinale (minima) del pilastro risulta quindi costituita da 4 ϕ12 (4,52cm^2) e verrà utilizzata anche per il pilastro 7-8.

Pilastro 4-3: *N = 24412Kgf, M = 698 Kgf·m.*

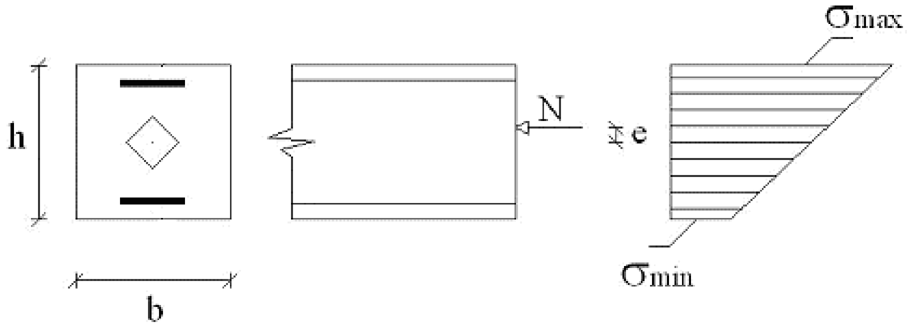


Fig. 13

Semiprogetto:

La sollecitazione è di *pressoflessione*. L'eccentricità *e* vale:

e = $\frac{M}{N} = \frac{69800}{24412}$ = 2,86 cm < $\frac{h}{6}$ = 5 cm → la sezione è quindi interamente reagente.

Le tensioni (massima e minima) possono essere calcolate con la formula di Navier:

$$\left.\begin{matrix}\sigma_{\max}\\ \sigma_{\min}\end{matrix}\right\} = \frac{N}{A_c} \pm \frac{M}{W_c} = \frac{24412}{900} \pm \frac{69800}{30^3/6} \Rightarrow \begin{cases}\sigma_{\max} = 42,64Kgf/cm^2 < \bar{\sigma}_c.\\ \sigma_{\min} = 11,61Kgf/cm^2 > 0.\end{cases}$$

Inoltre, il D.M. 14/2/92, al punto 3.1.3, prevede che:

"…Nella sollecitazione di pressoflessione la tensione media dell'intera sezione non deve superare la tensione ammissibile per compressione semplice...".

$$\sigma_{media} = \frac{N}{A_c} = \frac{24412}{900} = 27,12Kgf/cm^2 < 0,7 \cdot \bar{\sigma}_c = 68,25Kgf/cm^2.$$

Anche per il pilastro 4-3 è sufficiente l'armatura longitudinale minima da normativa 4 ϕ12 ma è opportuno verificare l'armatura necessaria nel tratto superiore 4-5.

Pilastro 4-5: *N = 12141Kgf, M = 1930 Kgf· m.*

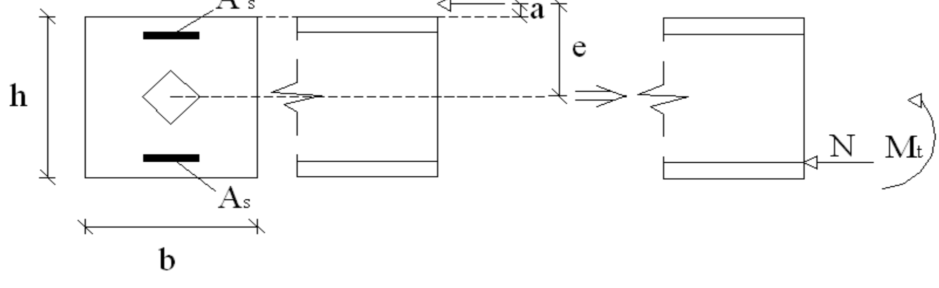


Fig. 14

<u>*Semiprogetto:*</u>

La sollecitazione è di <u>*pressoflessione*</u>. L'eccentricità *e* vale:

e = $\frac{M}{N} = \frac{193000}{12141}$ = 15,90 cm > $\frac{h}{6}$ = 5 cm.

Si pone: a = e – $\frac{h}{2}$ = 15,90 – $\frac{30}{2}$ = 0,90 cm.

Si utilizza il *metodo del momento di trasporto* per dimensionare le armature

Momento di trasporto = M_t = N·(a+d) = 12141·(0,90+26) = 326593 Kgf·cm.

r = $d \cdot \sqrt{\frac{b}{M_t}} = 26 \cdot \sqrt{\frac{30}{326593}}$ = 0,249.

$\frac{d'}{d} = \frac{4}{26}$ ~ 0,14. Assumendo μ = 0,2 si ottiene: σ_c = 96 Kgf/cm² < $\overline{\sigma}_c$ e t = 0,00176.

Si calcola quindi l'armatura A^*_s richiesta dal momento di trasporto M_t:

$A^*_s = t \cdot \sqrt{M_t \cdot b}$ = 5,51 cm².

L'area minima di armatura da disporre in zona tesa risulta quindi:

$A_s = A^*_s - \frac{N}{\overline{\sigma}_s}$ = 5,51 – $\frac{12141}{2600}$ = 0,84 cm².

L'area minima di armatura da disporre in zona compressa risulta:

$A'_s = A^*_s \cdot \mu$ = 5,51·0,2 = 1,10 cm².

Anche per il pilastro 4-5 si decide di disporre un'armatura complessiva simmetrica pari a 4 ϕ12.

Calcolo delle armature a taglio dei pilastri

Si verifica inizialmente se sia necessario armare a taglio.

Il taglio massimo è presente nel pilastro 4-5 e vale:

T_{max} = *1198 Kgf* → $\tau_{\max} = \frac{T_{\max}}{b \cdot h_0} = \frac{1198}{30 \cdot 0{,}9 \cdot 26}$ = 1,71 Kg/cm² < τ_{c0}.

Essendo $\tau_{\max} < \tau_{c0}$, per tutti i pilastri l'armatura a taglio da adottare è la minima richiesta da normativa.
Il D.M.14/2/92, al punto 5.3.4, prevede per i pilastri che:

"….Deve essere sempre prevista una staffatura posta ad interasse non maggiore di 15 volte il diametro minimo delle barre impiegate per l'armatura longitudinale, con un massimo di 25 cm.

Le staffe devono essere chiuse e conformate in modo da contrastare efficacemente, lavorando a trazione, gli spostamenti delle barre longitudinali verso l'esterno.

Il diametro delle staffe non deve essere minore di 6 mm e di 1/4 del diametro massimo delle barre longitudinali….".

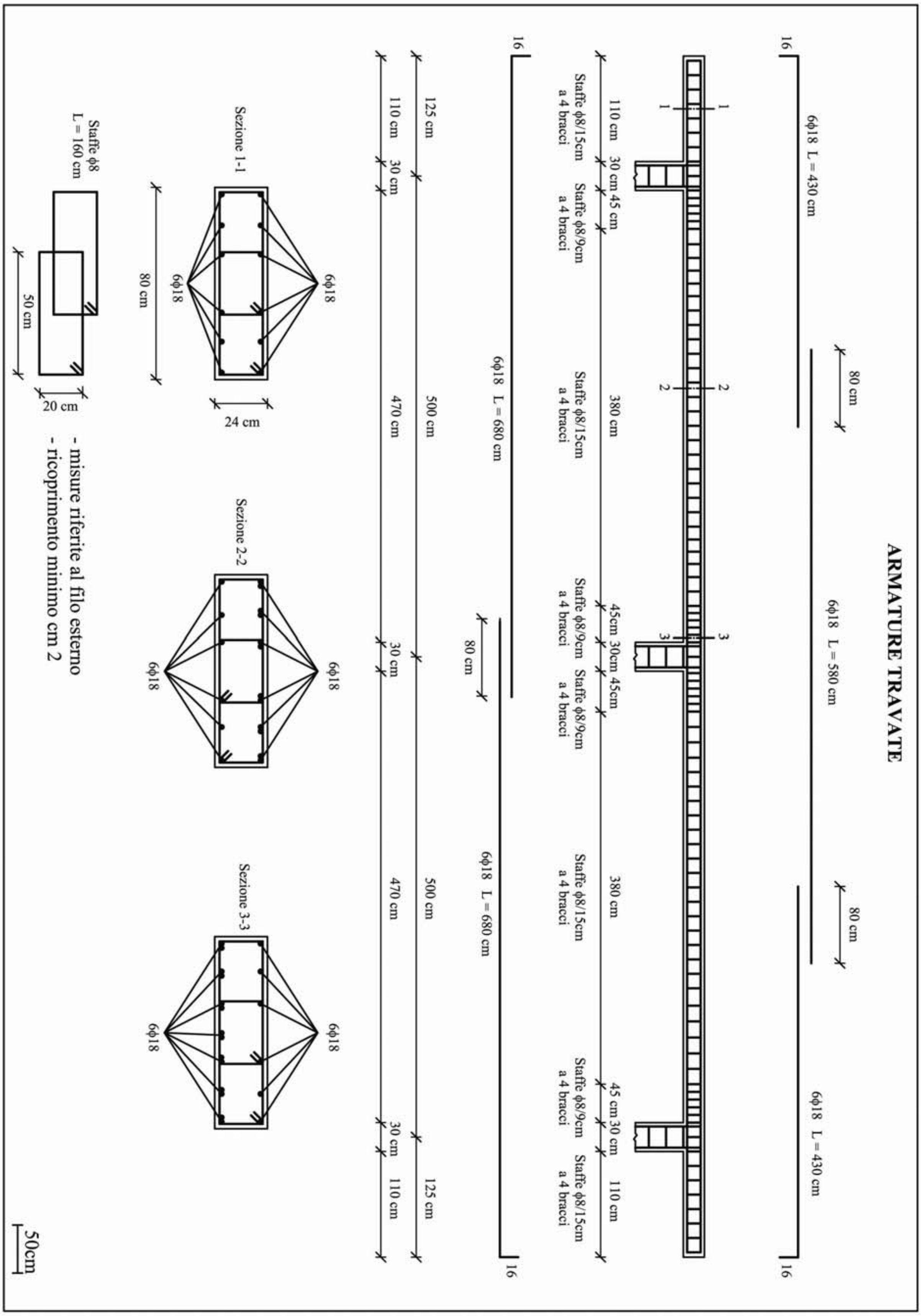
In forma schematica, il diametro delle staffe ϕ_{st} ed il passo delle staffe p_{st} devono così risultare:

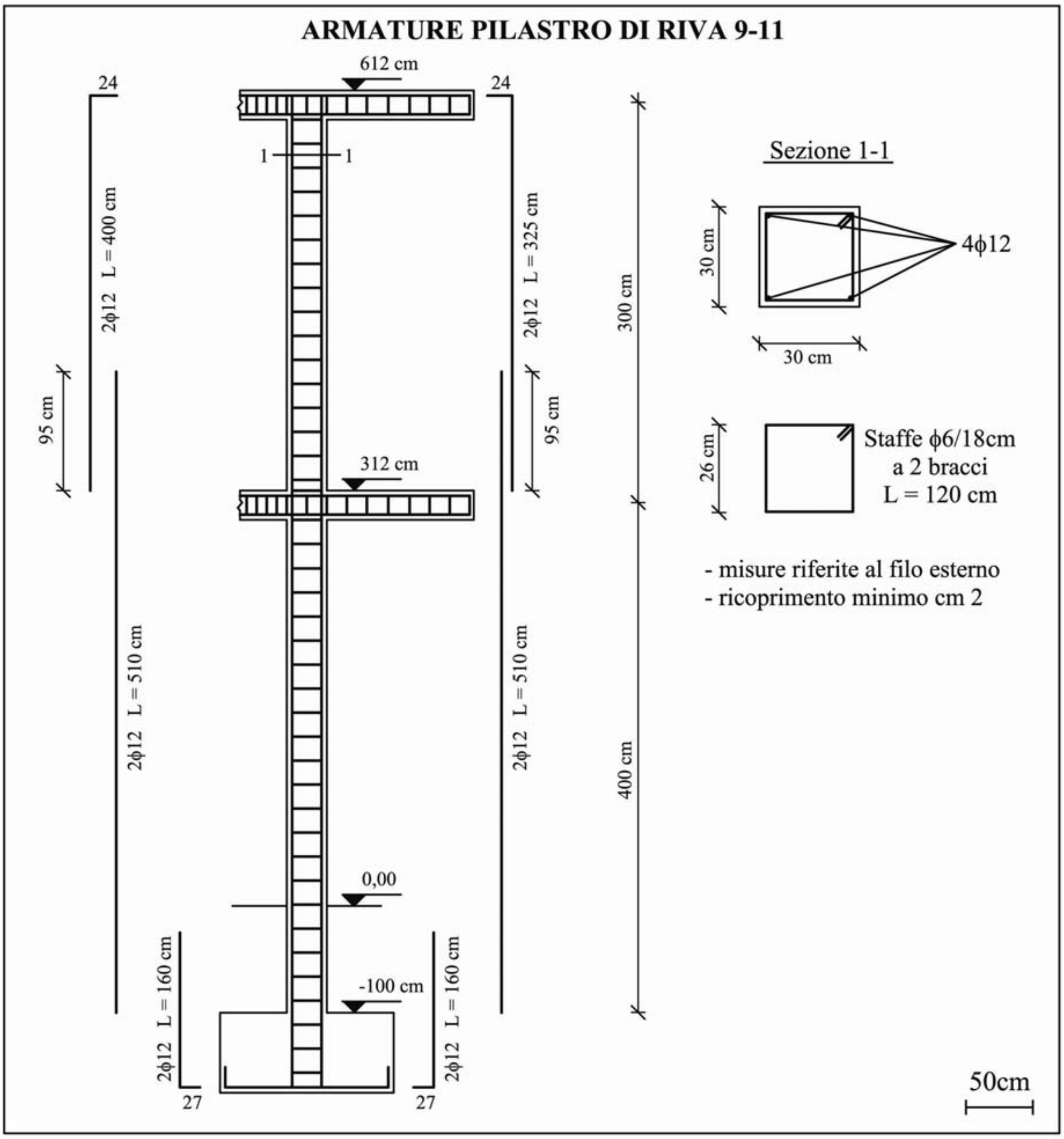
$\phi_{st} \geq \max\{6 \text{ mm};\ 0{,}25 \cdot \phi_{l,max}\} = \{6 \text{ mm};\ 3 \text{ mm}\} \rightarrow$ si adottano staffe $\phi 6$.

$p_{st} \leq \min\{15 \cdot \phi_{l,min};\ 25 \text{cm}\} = \{15 \cdot 1{,}2 = 18 \text{ cm};\ 25 \text{ cm}\} \rightarrow$ si adotta un passo di18 cm.

Si riportano di seguito i disegni delle armature della travata tipo e del pilastro di riva 9-11.

Esempio di progetto di un telaio di c.a.





N.B.

- Si assume un piano di spiccato della fondazione a quota -100 cm;
- le sovrapposizioni delle armature longitudinali, nei pilastri di riva, sono pari a 80 volte il diametro dei ferri longitudinali (~ 95cm) poiché lo sforzo risultante valutato sulla sezione alla base del pilastro 5-4 cade fuori dal nocciolo centrale d’inerzia e quindi la sezione risulta parzializzata. Le sovrapposizioni delle armature longitudinali dei due pilastri centrali risultano pari a 40 volte il diametro dei ferri longitudinali (~ 50cm), poiché la sezione è soggetta a sforzo normale centrato e quindi completamente reagente;
- la stessa armatura viene utilizzata per tutti i pilastri.

***PARTE 3*: verifica delle sezioni più sollecitate**

Verifica delle travate

Si riporta in *Fig. 15* la geometria della sezione delle due travate.

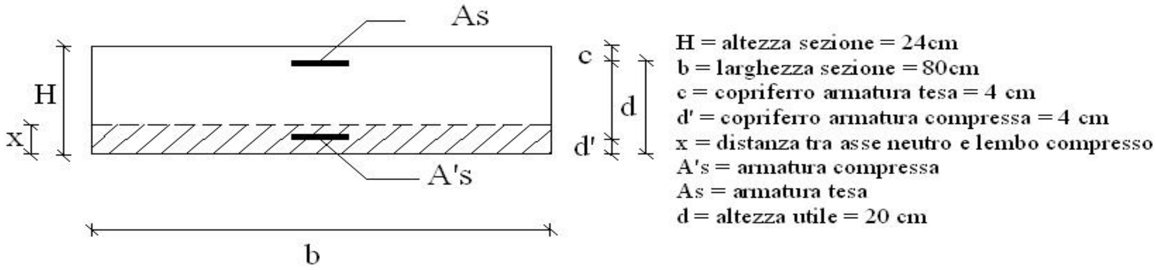


Fig. 15 Geometria della sezione delle travate.

Si procede con la verifica della sola sez. 1 (si veda *Fig. 6*).

Verifica sez. 1: $M_{8\text{-}5}$ = 6848 Kgf· m; $N_{8\text{-}5}$ ~ 0; A_s = A'_s = 6 ϕ18 (15,27 cm^2).

La sollecitazione è di *flessione semplice*.

Si determina quindi la posizione dell'asse neutro:

$$x = \frac{n \cdot \left(A_s + A'_s\right)}{b} \cdot \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{\left(A'_s \cdot c + A_s \cdot d\right) \cdot 2b}{n \cdot \left(A'_s + A_s\right)^2}} \right) = 7{,}32cm$$

Il momento d'inerzia della sezione reagente omogeneizzata J_{ci} vale:

$$J_{ci} = b \cdot \frac{x^3}{3} + n \cdot A_s \cdot \left(d - x\right)^2 + n \cdot A'_s \cdot \left(x - d'\right)^2 = 49811 \text{ cm}^4.$$

Verifica del cls compresso:

$$\sigma_c = \frac{M_{8-5}}{J_{ci}} \cdot x = \frac{684800}{49811} \cdot 7{,}32 = 100 \text{ Kgf/cm}^2 \sim \overline{\sigma}_c .$$

Come ci si poteva attendere, la σ_c è leggermente maggiore del previsto, anche se sostanzialmente accettabile.

Verifica dell'acciaio teso:

$$\sigma_s = n \cdot \frac{M_{8-5}}{J_{ci}} \cdot \left(d - x\right) = 15 \cdot \frac{684800}{49811} \cdot \left(20 - 7{,}32\right) = 2615 \text{ Kgf/cm}^2 \sim \overline{\sigma}_s .$$

Verifica dell'acciaio compresso:

$$\sigma'_s = n \cdot \frac{M_{8-5}}{J_{ci}} \cdot \left(x - d'\right) = 15 \cdot \frac{684800}{49811} \cdot \left(7{,}32 - 4\right) = 685 \text{ Kgf/cm}^2 < \overline{\sigma}_s .$$

Le verifiche di resistenza risultano dunque soddisfatte.

Verifica dei pilastri

Si riporta in *Fig. 16* la geometria della sezione dei pilastri.

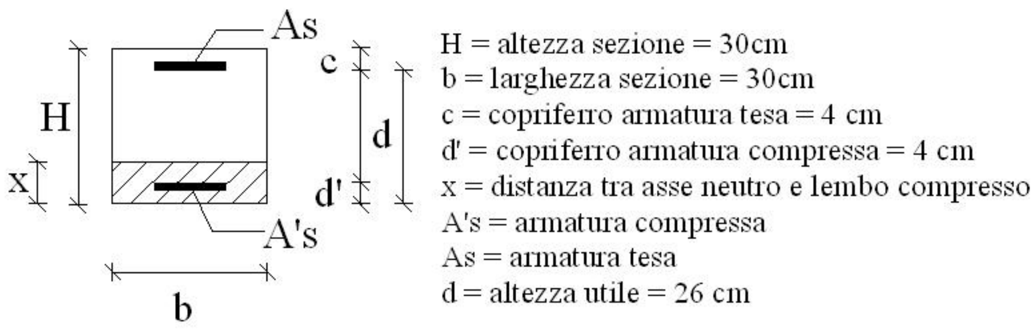


Fig. 16 Geometria della sezione dei pilastri.

Pilastro 5-4: *N = 12141 Kgf,* M_{max} *= 1930 Kgf· m.*

Verifica:

La sollecitazione è di *pressoflessione*. L'eccentricità *e* vale:

$$e = \frac{M}{N} = \frac{193000}{12141} = 15{,}90 \text{ cm.}$$

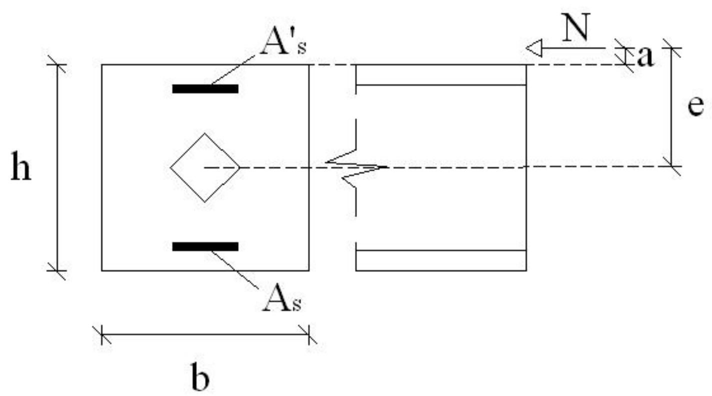


Fig. 17

$$a = e - \frac{h}{2} = 15{,}90 - 15 = 0{,}90 \text{ cm.}$$

Si valuta quindi la posizione dell'asse neutro attraverso la seguente equazione di terzo grado:

$$\frac{b \cdot x^3}{6} + a \cdot b \cdot \frac{x^2}{2} + n \cdot \left[A'_s \cdot (a+d') + A_s \cdot (a+d)\right] \cdot x - n \cdot \left[A'_s \cdot d' \cdot (a+d') + A_s \cdot d \cdot (a+d)\right] =$$

$$= \frac{30 \cdot x^3}{6} + 0{,}90 \cdot 30 \cdot \frac{x^2}{2} + 15 \cdot \left[2{,}26 \cdot (0{,}90+4) + 2{,}26 \cdot (0{,}90+26)\right] \cdot x - 15 \cdot \left[2{,}26 \cdot 4 \cdot (0{,}90+4) + 2{,}26 \cdot 26 \cdot (0{,}90+26)\right] = 0$$

Risolvendo tale equazione si ricava: x = 12,24 cm.

Indicato con S_n il momento statico della sezione reagente rispetto all'asse neutro, esso vale:

$S_n = \dfrac{b \cdot x^2}{2} + n \cdot A'_s \cdot (x - d') - n \cdot A_s \cdot (d - x) = 2060 cm^3$.

Le tensioni nel calcestruzzo e nell'acciaio risultano quindi:

$\sigma_c = \dfrac{N}{S_n} \cdot x = \dfrac{12141}{2060} \cdot 12,24 \sim$ 72 Kgf/cm^2 < $\overline{\sigma}_c$.

$\sigma_s = n \cdot \sigma_c \cdot \dfrac{d - x}{x} = 15 \cdot 72 \cdot \dfrac{26 - 12,24}{12,24} \sim$ 1215 Kgf/cm^2 (tensione nell'acciaio teso) < $\overline{\sigma}_s$.

$\sigma'_s = n \cdot \sigma_c \cdot \dfrac{x - d'}{x} = 15 \cdot 72 \cdot \dfrac{12,24 - 4}{12,24} \sim$ 728 Kgf/cm^2 (tensione nell'acciaio compresso) < $\overline{\sigma}_s$.

Le verifiche risultano quindi soddisfatte.

__Pilastro 7-6:__ *N = 31176 Kgf.*

__Verifica:__

La sollecitazione è di *__sforzo normale centrato.__*

$\sigma_c = \dfrac{N}{A_{ci}} = \dfrac{N}{A_c + n \cdot A_s} = \dfrac{31176}{900 + 15 \cdot 4,52} \sim$ 33 Kgf/cm^2 < 0,7· $\overline{\sigma}_c$ = 68,25 Kgf/cm^2.

La verifica risulta quindi soddisfatta.