Capitolo 1

Applicazioni del I principio della termodinamica

In questo allegato riportiamo schematicamente il percorso didattico sulle applicazioni del primo principio della termodinamica svolto durante l'attivitá di tirocinio attivo nella classe 4^o K presso il liceo scientifico (PNI) di Bondeno (FE).

1.1 L'energia interna

In questa sezione introduciamo il piano pV e indichiamo come si puó determinare da questo il lavoro meccanico coinvolto in una trasformazione termodinamica. Considerando il primo principio della termodinamica:

$$\Delta U = Q - L \tag{1.1}$$

dimostriamo come le quantitá Q e L dipendano dalla particolare trasformazione, mentre con l'esperienza di Joule dimostriamo come l'energia interna U dipenda solo dallo stato iniziale e finale e non dalla particolare trasformazione. Dimostriamo inoltre che U dipende solo dalla temperatura.

1.1.1 Il lavoro nel piano pV

Per dimostrare intuitivamente che nel piano pV il lavoro in una trasformazione termodinamica é dato dall'area sotto la curva che la identifica consideriamo due semplici esempi di trasformazioni termodinamiche. Osserviamo che non é possibile in una classe quarta dimostrare questo con gli integrali in quanto in matematica questo argomento non é ancora stato affrontato.

Come primo esempio consideriamo una trasformazione isocora, per la quale sappiamo che il lavoro $L = 0$. Dalla rappresentazione nel piano pV, che é un segmento parallelo all'asse p, di questa trasformazione facciamo notare che l'area sottesa dalla curva é nulla, come lo é il lavoro.

Come secondo esempio consideriamo invece una trasformazione isobara, per la quale si puó calcolare il lavoro secondo la seguente relazione:

$$L = F \cdot \Delta h = p \cdot S \cdot \Delta h = p \cdot \Delta V \tag{1.2}$$

Considerando il segmento parallelo all'asse V che rappresenta la trasformazione isocora nel piano pV si vede facilmente come l'area sottesa da questa curva coincida con il lavoro $L = p \cdot \Delta V$.

Con questi due semplici esempi possiamo intuire che in generale il lavoro coinvolto in una qualsiasi trasformazione termodinamica sia dato dall'are aosttesa dalla curva che rappresenta tale trasformazione nel piano pV. Ovviamente questa é una generalizzazione intuitiva che deve essere accettata dagli studenti senza pretesa di ulteriore dimostrazione.

Per determinare se il lavoro sia positivo oppure negativo, quindi se sia corrispondentemente un lavoro compiuto dal sistema o sul sistema, adottiamo la seguente convenzione:

$$\text{Espansione } \longmapsto L > 0$$

$$\text{Compressione } \longmapsto L < 0$$

In generale possiamo dire che il lavoro compiuto durante una trasformazione termodinamica dipende dalla particolare trasformazione considerata. Anche il calore scambiato dipende dalla particolare trasformazione e questo si dimostra molto semplicemente facendo notare che in una trasformazione adiabatica il calore scambiato é nullo, mentre in una qualsiasi altra trasformazione no. Nel primo principio della termodinamica abbiamo quindi sicuramente due quantitá Q e L che dipendono dalla particolare trasformazione termodinamica.

1.1.2 L'esperienza di Joule

Introduciamo l'esperienza di Joule di espansione adiabatica nel vuoto di un gas perfetto. Richiamando il concetto di temperatura dalla teoria cinetica dei gas facciamo notare agli studenti che in questa espansione non si verifica nessuna variazione del modulo della velocitá delle molecole del gas. Questa fatto implica che stato iniziale e stato finale sono caratterizzati dalla stessa temperatura. Questa espansione adiabatica é quindi caratterizzata dagli stati iniziale e finale:

$$p_i, V_i, T_i \longmapsto p_f, V_f, T_i$$

Facciamo inoltre notare che durante questa espansione non si ha scambio di calore ($Q = 0$), essendo il contenitore adiabatico, e non si ha nemmeno lavoro meccanico ($L = 0$) in quanto il sistema non compie nessun lavoro di espansione. Dal primo principio della termodinamica segue che anche la variazione di energia interna é nulla, quindi l'energia interna dello stato iniziale coincide con quella dello stato finale, cioé:

$$\Delta U = Q - L = 0 - 0 = 0 \Rightarrow U_i(p_i, V_i, T_i) = U_f(p_f, V_f, T_i)$$

Anziché utilizzare le tre varibaili termodinamiche p, V, T per esprimere l'energia interna possiamo usarne solo due di queste in virtú dell'equazione di stato dei gas perfetti. Scegliamo di esprimere U in funzione di V, T per esempio abbiamo che $U_i(V_i, T_i) = U_f(V_f, T_i)$. Il volume é l'unica variabile che cabia in questa espressione, ma essendo il valore di U sempre lo stesso allora significa che U non dipende da V, quindi dipende solo da T. Riepilogando abbiamo:

$$U(p, V, T) \stackrel{\text{per l'eq. di stato}}{\longrightarrow} U(V, T) \stackrel{\text{per l'esp. di Joule}}{\longrightarrow} U(T)$$

In conclusione abbiamo dimostrato che l'energia interna di un gas perfetto dipende solo dalla temperatura e non dalle altre varibaili termodinamiche. Abbiamo inoltre dimostrato che la variazione di energia interna dipende solo dagli stati iniziale e finale e non dalla particolare trasformazione termodinamica.

1.1.3 L'espressione dell'energia interna

Per determinare l'espressione della variazione di energia interna possiamo considerare una qualsiasi trasformazione termodinamica in virtú della sua dipendenza solo dagli stati iniziale e finale. L'idea quindi é quella di partire dal primo principio della termodinamica, determinare le quantitá Q ed L per determinare l'espressione di ΔU. Per semplicitá segliamo una trasformazione isocora cosí eliminiamo una quantitá da considerare nel primo principio, infatti per una isocora abbiamo:

$$\Delta U = Q$$

Per esprimere la quantitá di calore scambiato in una isocora introduciamo la capacitá termica molare a volume costante C_V di un gas perfetto in analogia con il calore specifico di solidi e liquidi, quindi possiamo scrivere:

$$Q = nC_V \Delta T \Rightarrow \Delta U = nC_V \Delta T$$

Siccome l'energia interna non dipende dalla particolare trasformazione l'espressione

$$\Delta U = nC_V \Delta T \tag{1.3}$$

é vera per qualsiasi trasformazione termodinamica.
L'energia interna é quindi definita a meno di una costante dalla relazione:

$$U = nC_V T + \text{cost}$$

questa costante é del tutto arbitraria in quanto in generale si considerano variazioni di energia interna del tipo:

$$\Delta U = U_f - U_i = nC_V T_f + \text{cost} - nC_V T_i - \text{cost} = nC_V \Delta T$$

Per semplicitá possiamo scegliere la costante nulla.

1.2 Capacitá termiche e relazione di Mayer

In analogia a quanto visto per l'espressione del calore scambiato in una trasformazione iscora, introduciamo la capacitá termica a pressione costante C_p per una trasfromazione isobara e valutiamo che relazione c'é con C_V e il significato della loro differenza.
Per una trasformazione isobara possiamo quindi esprimere il calore scambiato secondo la seguente relazione:

$$Q = nC_p\Delta T \tag{1.4}$$

Dalla precedente sezione sappiamo che per qualsiasi trasformazione la variazione di energia interna é data dalla 1.3, la quale é quindi valida anche per la trasformazione isobara.
Completiamo le quantitá che compaiono nel primo principio della termodinamica calcolando, con l'equazione di stato dei gas perfetti, il lavoro compiuto nell'isobara con la seguente relazione:

$$L = p\Delta V = pV_f - pV_i = nRT_f - nRT_i = nR\Delta T \tag{1.5}$$

Sostituendo nel primo principio della termodinamica le espressioni 1.3, 1.4 e 1.5 otteniamo la seguente relazione fra C_V e C_p:

$$Q = \Delta U + L \Rightarrow nC_p\Delta T = nC_V\Delta T + nR\Delta T \Rightarrow C_p = C_V + R$$

La relazione

$$C_p = C_V + R \tag{1.6}$$

é detta relazione di Mayer, dalla quale si puó subito evidenziare che $C_p > C_V$. Questa disuguaglianza indica che a paritá di variazione di temperatura, in una trasformazione isobara si deve scambiare una maggiore quantitá di calore. Questo fatto si intuisce facilmente considernando che in una trasformazione isocora tutto il calore scambiato provoca solo una variazione di energia interna, mentre in una trasformazione isobara il calore scambiato in parte provoca una variazione di energia interna e in altra quantitá viene trasformato il lavoro meccanico.

Richiamando alcuni risultati dalla teoria cinetica dei gas esprimiamo le capacitá termiche con le seguenti relazioni:

$$\text{Gas monoatomico} \longmapsto C_V = \frac{3}{2}R, C_p = \frac{5}{2}R$$

$$\text{Gas biatomico} \longmapsto C_V = \frac{5}{2}R, C_p = \frac{7}{2}R$$

1.3 Esercitazioni e lavoro in un ciclo

Al fine di far prendere agli studenti fagliaritá con gli argomenti trattati ho proponiamo alcuni esercizi, da svolgere insieme agli studenti, che coinvolgono la rappresentazione nel piano pV di alcune trasformazioni termodinamiche e ne calcoliamo lavoro, calore e variazione di energia interna.

1.3.1 Esercizio 1

Si consideri una trasformazione isocora seguita da una isobara le quali conducono dallo stato iniziale I allo stato finale F, si chiami questo percorso a. Si consideri poi una isobara seguita da una isocora le quali conducono sempre dallo stato I allo stato F coincidenti con gli stati del percorso a e si chiami questo percorso b.

- Rappresentare nel piano pV i percorsi a e b.
- Verificare che $Q_a - L_a = Q_b - L_b$.
- Confrontare Q_a e Q_b.
- Confrontare L_a e L_b.

In questo esercizio si fa uso delle espressioni determinate sopra e si introduce il primo calcolo di lavoro in un ciclo, dal quale si evince che graficamente é l'area racchiusa dalla curva che rappresenta il ciclo.

1.3.2 Esercizio 2

Si consideri due generici stati nel piano pV caratterizzati da $I(p_I, V_I, T_I)$ e $F(p_F, V_F, T_F)$ con $p_I \neq p_F$, $V_I \neq V_F$ e $T_I \neq T_F$.

- Indicare (a piacere) nel piano pV i due stati I e F.
- Rappresentare una trasformazione termodinamica che colleghi I e F con un segmento.
- Determinare Q per andare da I a F.
- Determinare Q per andare da F a I.

In questo esercizio bisogna determinare graficamente il lavoro, quindi conoscendo la variazione di energia interna si determina l'espressione per Q.

1.3.3 Lavoro in un ciclo

Per generalizzare il calcolo del lavoro in ciclo facciamo notare che il valore assoluto del lavoro é dato dall'area racchiusa dalla curva che rappresenta il ciclo. Se la curva é percorsa in senso orario allora il lavoro sará positivo in quanto $|L_{\text{espansione}}| > |L_{\text{compressione}}|$, mentre se é percorsa in senso antiorario il lavoro sará negativo in quanto $|L_{\text{espansione}}| < |L_{\text{compressione}}|$. Quindi per il lavoro coinvolto in un ciclo possiamo fare la seguente schematizzazione:

$$\text{ciclo orario} \longmapsto L_{\text{ciclo}} > 0$$

$$\text{ciclo antiorario} \longmapsto L_{\text{ciclo}} < 0$$

É ovvio che se a seguito di una espansione si ripercorre la stessa trasformazione in compressione e viceversa il lavoro é complessivamente nullo e l'area della curva nel piano pV é nulla.

1.4 Laboratorio virtuale di termodinamica

Siccome preparare esperienze di termodinamica in laboratorio richiede una strumentazione particolare e data la non semplicitá nella preparazione optiamo per svolgere insieme agli studenti alcune esperienze virtuali utilizzando applet che simulino i le trasformazioni dei gas. A questo proposito si veda l'allegato **??** per le considerazioni e osservazioni sui software e applet considerate.

1.4.1 Espansione adiabatica nel vuoto

Con l'applet [?] proponiamo agli studenti la simulazione dell'esperienza di Joule di espansione adiabatica nel vuoto di un gas perfetto. L'applet parte con le molecole distribuite nei due contenitori in contatto. Inizialmente si procede a isolare tutte le molecole in un sola zona, quindi si chiude la separazione e si ottiene lo stato iniziale rappresentato in Fig.1.1(a). In seguito si procede a togliere la separazione fra i due contenitori ottenendo lo stato finale rappresentato in Fig.1.1(b). Nello stato finale si puó notare come le velocitá delle particelle non siano variate e come, di conseguenza, la temperatura sia rimasta invariata.

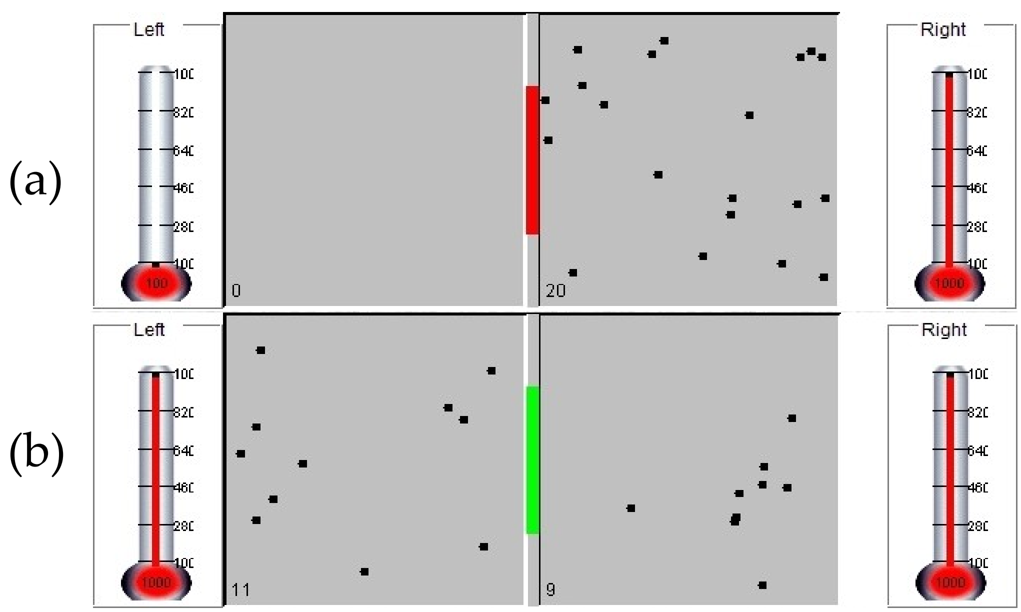

Figura 1.1: Esperienza di Joule di espansione adiabatica nel vuoto di un gas perfetto. (a) stato iniziale, (b) stato finale.

1.4.2 Ciclo rettagolare nel piano pV

Con l'applet [?] realizziamo un ciclo rettangolare nel piano pV composto in successione da una isobara+isocora+isobara+isocora, simile a quanto visto nell'esercizio 1.7.1. L'aspetto molto interessante di questa simulazione é che per impostare una trasformazione termodinamica si deve direttamente agire sui parametri del sistema. Quindi per ottenere una isocora si deve bloccare il pistone e variare la temperatura della riserva di calore, mentre per ottenere una isobara si deve rendere libero il pistone e variare la temperatura. Riportiamo in Fig.1.2 l'esempio di ciclo proposto agli studenti. Durante questa esperienza virtuale gli studenti hanno annotato i valori delle

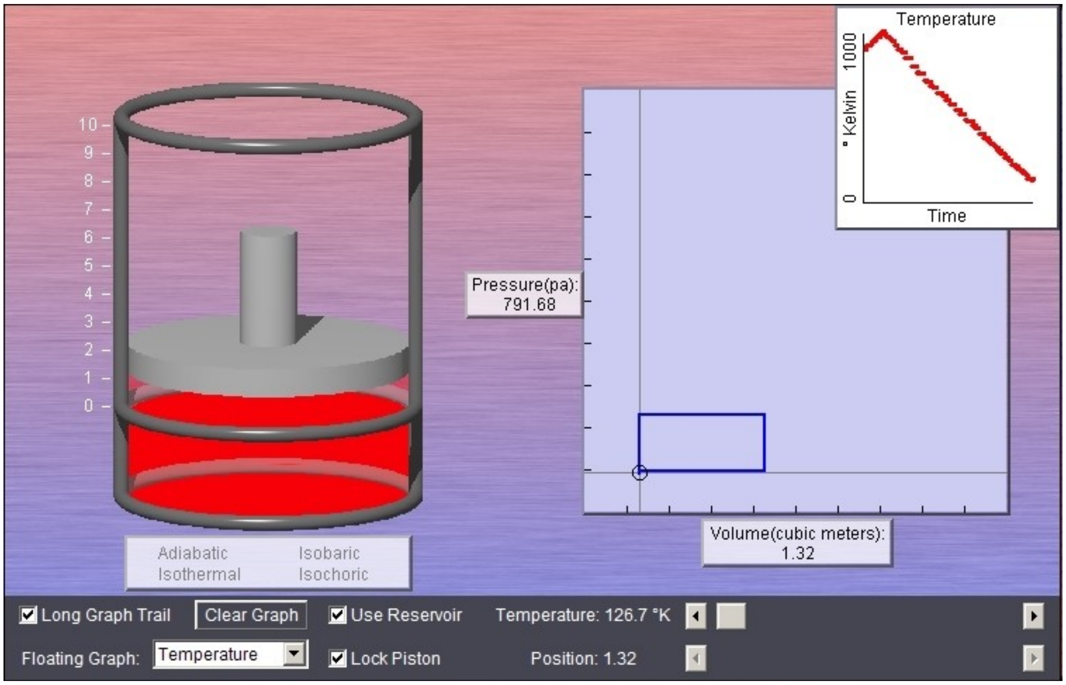

Figura 1.2: Ciclo comosto da 2 isobare e 2 isocore.

variabili termodinamiche in corrispondenza dei quattro stati vertici del rettangolo. In seguito hanno analizzato i dati.

1.5 Trasformazioni isoterma e adiabatica

In questa sezione presentiamo agli studenti le trasformazioni isoterma e adiabatica e svolgiamo due esperienze virtuali come approfondimento.

1.5.1 Isoterma

La trasformazione isoterma é caratterizzata da temperatura costante, dall'equazione di stato dei gas perfetti la pressione in funzione del volume risulta essere descritta dalla seguente relazione:

$$pV = \text{cost} \Rightarrow p(V) = \frac{cost}{V}$$

tale funzione nel piano pV é quindi un ramo di iperbole.

Dal fatto che $\Delta U = 0$ il primo principio della termodinamica diventa $Q = L$. Le espressioni per Q e L vengono date agli studenti senza dimostrazioni, in quanto non hanno ancora gli strumenti necessari:

$$Q = L = nRT \ln(V_f - V_i)$$

1.5.2 Adiabatica

Per quanto riguarda la trasformazione adiabatica forniamo agli studenti la relazione fra le variabili termodinamiche:

$$pV^\gamma = \text{cost} \Rightarrow p = \frac{\text{cost}}{V^\gamma}$$

essendo l'esponente $\gamma = C_p/C_V$ risulta essere $\gamma > 1$, quindi la curva che rappresenta nel piano pV la trasformazione adiabatica decresce piú rapidamente del ramo di iperbole corrispondente ad una trasformazione isoterma.

Essendo $Q = 0$ in una trasformazione adiabatica dal primo principio della termodinamica si trova che:

$$\Delta U = -L = nC_V \Delta T$$

1.5.3 Esperienza virtuale: confronto fra isoterma e adiabatica

Con l'applet [**?**] eseguiamo prima una espansione isoterma variando il volume, quindi una compressione adiabatica isolando il contenitore e variando il volume. Da quanto riportato in Fig.1.3 si puó notare che le due curve corrispondenti ad una isoterma e ad una adiabatica non coincidono.

1.5.4 Esperienza virtuale dell'adiabatica

Sempre utilizzando la stessa applet ci proponiamo si studiare una trasformazione adiabatica, registrando i valori delle variabili termodinamiche p, V e T per 6 sei diversi stati, con lo scopo di

1. verificare $pV = nRT$ per alcuni punti della adiabatica calcolando $nR = pV/T$ e determinazione di n;

2. calcolo di $\gamma = \ln(p/p_0)/\ln(V_0/V)$, con p_0 e V_0 pressione e volume dello stato iniziale di riferimento;

3. determinazione della natura del gas, se mono o biatomico sapendo che $\gamma = C_p/C_V$;

4. verificare $pV^\gamma = \text{cost}$ per i punti acquisiti della adiabatica.

I dati acquisiti sono quindi stati analizzati insieme agli studenti e considerando il primo stato come stato di riferimento abbiamo ottenuto i seguenti risultati:

1. per ogni stato risulta $nR = 8.31$ J/K, essendo $R = 8.31$ J/K, si determina che nella simulazione si sta operando con una mole di gas, cioé $n = 1$;

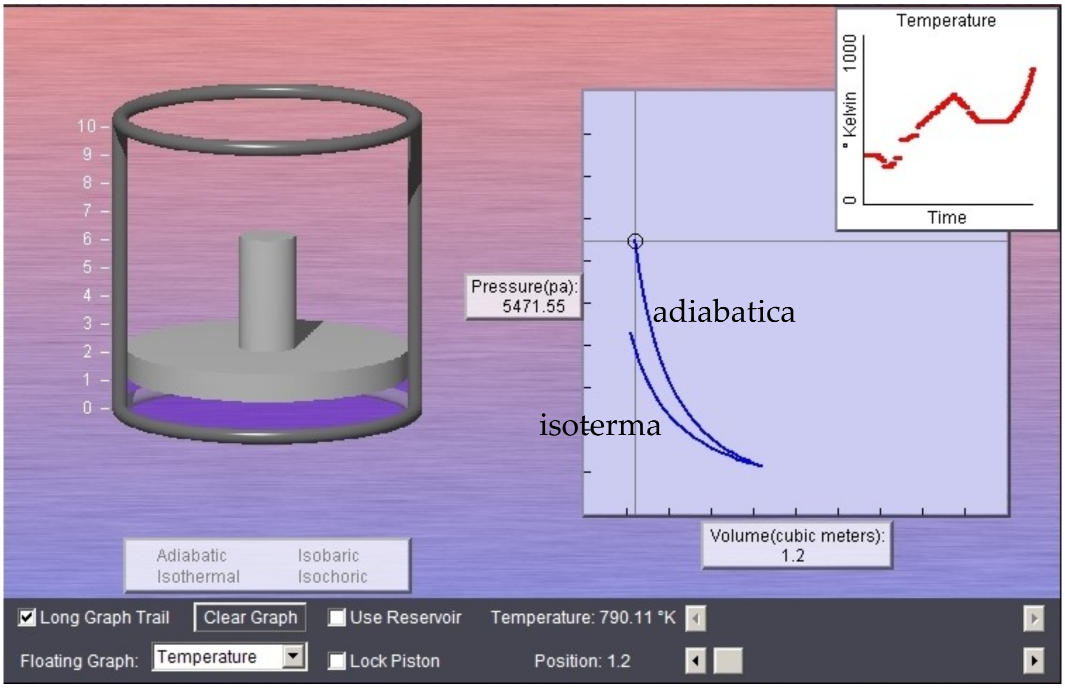

Figura 1.3: Trasformazioni isoterma e adiabatica a confronto.

2. per ognuno dei punti da 2 a 5 otteniamo $\gamma = 1.4$, questa costanza verifica anche $pV^\gamma =$ cost;
3. essendo $\gamma_{mono} = 1.7$ e $\gamma_{bi} = 1.4$, concludiamo che nella simulazione si ha a che fare con gas biatomico;
4. la verifica $pV^\gamma =$ cost non sarebbe necessaria, in quanto risulta gia dal punto 2, ma a carattere didattico ripetiamo questa verifica calcolando pV^γ per ogni stato della trasformazione.

1.6 Le trasformazioni termodinamiche e il piano pV e pT

Proponiamo agli studenti un riepilogo delle rappresentazioni nel piano pV delle trasformazioni viste e ci proponiamo anche di visualizzare alcune trasformazioni nel piano pT.

Possiamo riepilogare le varie curve che descrivono le trasformazioni termodinamiche nel piano pV secondo questo schema:

$$\text{Isocora } \longmapsto V = \text{cost (retta perpendicolare all'asse)}V$$

$$\text{Isobara } \longmapsto p = \text{cost (retta perpendicolare all'asse)}p$$

$$\text{Isoterma } \longmapsto pV = \text{cost (ramo di iperbole)}$$

$$\text{Adiabatica} \longmapsto pV^\gamma = \text{cost}$$

É interessante anche notare come si possa utilizzare il piano pT, per esempio, per rappresentare le trasformazioni termodinamiche. A tale proposito prendiamo come esempio un trasformazione isocora ed esprimiamo p in funzione di T:

$$p = \frac{nR}{V}T$$

dalla precedente relazione risulta chiaro che una isocora é rappresentata nel piano pT da una retta di coefficiente angolare $m = nR/V$. Essendo il coefficiente angolare inversamente proporzionale al volume V possiamo concludere che una retta meno inclinata corrisponde ad una isocora con volume maggiore di una isocora corrispondente ad una retta piú inclinata.

1.7 Esercitazioni conclusive

Come esercizi da far svolgere agli studenti come compiti per casa in preparazione della verifica scritta proponiamo i quattro esercizi che seguono.

1.7.1 Esercizio 1

Proponiamo un esercizio del tutto analogo all'esercizio .

1.7.2 Esercizio 2

Si consideri una espansione isobara da A a B seguita da una isocora da B a C, con $p_C > p_B$, seguita da una trasformazione da C a A rappresentata dal segmento CA che chiuda il ciclo. Si considerino quindi i cicli $A \to B \to C \to A$ e $A \to C \to B \to A$ e si calcoli per ognuno il lavoro e il calore totali. Si confrontino Q e L dei due cicli.

1.7.3 Esercizio 3

Si consideri una espansione isoterma da A a B seguita da una espansione adiabatica da B a C. Determinare L, Q e ΔU coinvolti nella trasformazione complessiva da A a C.

1.7.4 Esercizio 3

Si considerino due trasformazioni isocore nel piano pT, la prima da A a B con $p_B > p_A$ e $T_B > T_A$, la seconda da C a D con $p_D > p_C$ e $T_D > T_C$. Si rappresentino nel piano pT le due trasformazioni sapendo che i punti C e D giacciono su una retta meno inclinata della retta sulla quale giacciono i punti A e B. Indicare anche le rette corrispondenti. Dal grafico ottenuto quale fra le seguenti affermazioni é vera riguardo i volumi della prima trasformazione V_1 e della seconda V_2?

1. $V_1 > V_2$

2. $V_1 = V_2$

3. $V_1 < V_2$

Giustificare la risposta.

Capitolo 2

Introduzione alle macchine termiche

In questa nota [1] introduciamo il concetto di macchina termica che opera con trasformazioni cicliche per trasformare calore in lavoro. In generale questo argomento viene trattato nei libri di testo a partire dal ciclo di Carnot, il quale, come primo impatto, puó essere di non semplice comprensione.
Ci proponiamo quindi di introdurre intuitivamente le macchine termiche ragionando sugli inevitabili limiti fisici che si incontrano nella realtá.
Questa introduzione intuitiva verrá poi formalizzata con rigore affrontando il ciclo di Carnot e il secondo principio della termodinamica nel corso di fisica.

2.1 Trasformazione di calore in lavoro

Il principio zero della termodinamica mostra l'equivalenza fra calore e lavoro in un particolare processo termodinamico, in altre parole dice che calore e lavoro non sono altro che due forme diverse dell'energia.
Il primo principio della termodinamica formalizza questa equivalenza per una qualsiasi trasformazione termodinamica nella seguente relazione:

$$Q = \Delta U + L \tag{2.1}$$

La 2.1 dice che in una qualsiasi trasformazione il calore scambiato é la somma della variazione dell'energia interna e del lavoro interessato nella trasformazione. Su questa uguaglianza si potrebbero fare molte osservazioni per distinguere e analizzare i vari casi in cui il calore totale é assorbito oppure ceduto dal sistema, il lavoro é compiuto dal sistema oppure compiuto sul sistema etc etc. Tutte queste osservazioni sono stata affrontate durante lo studio delle applicazioni del primo principio della termodinamica.
Lo scopo di questa nota é quello di introdurre le macchine termiche, quindi ci limiteremo ad anal-

[1] Nella presente nota é riportata la lezione introduttiva alle macchine termiche tenuta alla classe 4^a K del Liceo Scientifico di Bondeno in data 22/01/2008 dal Dott. Mirco Andreotti come attivitá di tirocinio per la SSIS. La presente nota é disponibile online all'indirizzo...

izzare e utilizzare il primo principio per le trasformazioni eseguite dalle macchine termiche.

L'uomo ha bisogno di macchine che compiano lavoro, macchine che ci facilitano e che faticano al posto nostro, non a caso per muoverci usiamo il motorino o l'automobile. Noi stessi compiamo lavoro in tutte le attivitá quotidiane, addiritura anche quando ci sembra di non fare nulla il nostro corpo compie lavoro, pensate per esempio al cuore che continuamente pompa il sangue nel sistema circolatorio.

La domanda che sorge spontanea é: ma da dove e come produciamo lavoro?

Il lavoro viene prodotto con macchine termiche che trasformano il calore in energia meccanica. Le prime macchine furono quelle a vapore, si brucia legna o carbone per produrre calore, il quale poi viene trasformato in lavoro dalla macchina. La nostra automobile brucia benzina producendo calore che poi viene convertito in lavoro. Il nostro stesso corpo trasforma l'energia chimica degli zuccheri in calore che poi viene trasformato in lavoro. Gli esempi potrebbero continuare all'infinito, ma in ogni caso le macchine trasformano calore in lavoro e queste sono dette macchine termiche.

2.2 Le trasformazioni che producono indefinitamente lavoro

A seguito di un continuo rifornimento di calore una macchina deve indefinitamente produrre lavoro.

Indefinitamente non significa che produce lavoro senza spese, semplicemente si intende il fatto che finché si continua a fornire calore la macchina produce lavoro.

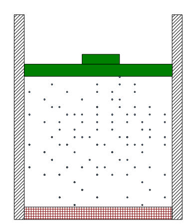

Figura 2.1: Gas in un contenitore con pistone mobile

Immaginiamo ora una macchina che produca lavoro e che lavori per mezzo di un gas perfetto. A questo scopo immaginiamo un gas in un contenitore con pistone mobile a pareti laterali adiabatiche, mentre la parete inferiore puó condurre calore, come rappresentato in Fig. 2.1.

Consideriamo ora il piano pV e ci poniamo la seguente domanda:
quale tipo di trasformazione eseguita da una macchina in grado di produrre continuamente lavoro possiamo indicare sul piano pV?

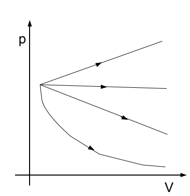

Figura 2.2: Espansioni nel piano pV.

Una tipica risposta da non esperti é quella di considerare una qualsiasi trasformazione che corrisponda ad un continuo aumento di volume come quelle indicate in Fig. 2.2, infatti un aumento di volume corrisponde a lavoro positivo e quindi a lavoro compiuto dal sistema/macchina.

In linea di principio la risposta é corretta, ma premettiamo subito che trasformazioni di questo tipo non possono essere quelle eseguite da una macchina reale. la giustificazione a questa affermazione é evidente se analizziamo le grandezze fisiche in gioco in queste trasformazioni.

- In alcuni casi abbiamo un indefinito aumento di volume, cioé nel tempo il volume aumenta sempre, quindi tende a diventare infinito. Sará mai possibile realizzare fisicamente un contenitore di gas con pistone mobile e volume infinito? NO!
- In altri casi la pressione cresce indefinitamente, quindi con il tempo diventerá infinita. Sará mai possibile realizzare concretamente un contenitore in grado di sopportare pressioni di questa entitá? NO!
- Anche le temperature in gioco possono assumere valori molto elevati, addirittura ci saranno casi in cui le temperature sono cosí elevate da superare la temperatura del sole. Sará mai praticamente possibile realizzare praticamente un contenitore in grado di sopportare tali temperature? NO!
- In altri casi aumentano indefinitamente sia il volume che la pressione che la temperatura, quindi valgono le precedenti considerazioni.

Abbiamo giustificato il fatto che trasformazioni che corrispondono a un continuo aumento di volume non possono essere realizzate da una macchina per produrre lavoro, dobbiamo quindi ancora determinare quali trasformazioni possano essere quelle giuste.

Dalle precedenti considerazioni, le trasformazioni termodinamiche che possono essere eseguite da una macchina termica per produrre lavoro devono avere le seguenti caratteristiche:

- produrre lavoro, quindi $L > 0$.
- mantenere limitati entro certi intervalli i parametri del gas p, V, T.
- la trasformazione deve poter essere rieseguita indefinitamente.

Le uniche trasformazioni che soddisfano le precedenti richeste sono le trasformazioni cicliche. Tali trasformazioni infatti, se scelte in modo opportuno, possono produrre un lavoro positivo, mantengono i parametri p, V, T limitati e possono essere ripetute indefinitamente. Notiamo negli esempi di trasformazioni cicliche di Fig. 2.3 che per ciascuna il lavoro é positivo se scegliamo di percorrere il ciclo in senso orario.

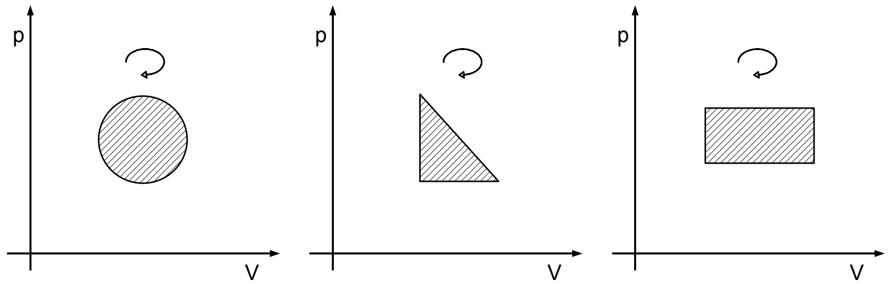

Figura 2.3: Esempi di trasformazioni cicliche con $L > 0$ rappresentate nel piano pV.

2.3 La macchina termica e il rendimento

Vediamo ora quali sono le caratteristiche principali di una macchina termica ciclica in termini di calore scambiato e lavoro prodotto. Non serve considerare come caratteristica della macchina termica la variazione di energia interna, in quanto sappiamo bene che in un una trasformazione ciclica tale variazione é nulla. Infatti per qualsiasi trasformazione ciclica il primo principio della termodinamica diventa:

$$Q = \Delta U + L \xrightarrow{ciclo} Q = L \tag{2.2}$$

L'uguaglianza fra Q ed L ci dice che tutto il calore scambiato nella trasformazione é uguale al lavoro prodotto. Essendo $L > 0$, anche $Q > 0$, quindi il calore Q é assorbito e sembrerebbe che tutto il calore che viene fornito al sistema sia quindi trasformato in lavoro. Questa affermazione non é corretta in quanto Q rappresenta il calore scambiato durante l'intero ciclo, ció indica che sará composto da una quantitá di calore assorbito e da una quantitá di calore ceduto. Essendo in eccesso la quantitá di calore assorbito rispetto a quello ceduto il calore totale risulta positivo e quindi lo indichiamo come assorbito, ma in realtá é diverso dal calore che viene effettivamente fornito al sistema.

Per chiarire le precedenti considerazioni analizziamo una semplice trasformazione ciclica rappresentata in Fig. 2.4. Tale trasformazione é composta in sequenza dall'espansione isobara $0 \rightarrow 1$, dalla isocora $1 \rightarrow 2$, dalla compressione isobara $2 \rightarrow 3$ e dalla isocora $3 \rightarrow 0$ che richiude il ciclo. Analizziamo qualitativamente il lavoro e il calore scambiato in questo ciclo.

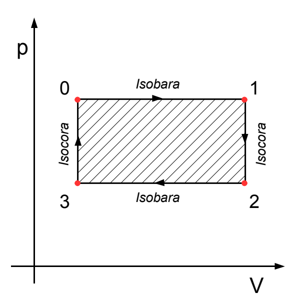

Figura 2.4: trasformazione ciclica nel piano pV

La determinazione del lavoro non comporta nessuna difficoltá, in quanto essendo la trasformazione ciclica sappiamo che il lavoro non é altro che l'area racchiusa dal ciclo, come indicato dall'area evidenziata in Fig. 2.4.

Possiamo inoltre affermare che tale lavoro é positivo, in quanto la trasformazione ciclica é percorsa in senso orario. Essendo il lavoro positivo, ció indica che é un lavoro prodotto dal sistema, quindi complessivamente il sistema produce lavoro:

$$L > 0 \Longrightarrow \text{Lavoro prodotto dal sistema} \tag{2.3}$$

Per quanto riguarda il calore totale scambiato durante il ciclo dobbiamo analizzare i calori scambiati in ciascuna trasformazione.

- $Q_{01} > 0 \Longrightarrow$ calore **assorbito** dal sistema.
- $Q_{12} < 0 \Longrightarrow$ calore **ceduto** dal sistema.
- $Q_{23} < 0 \Longrightarrow$ calore **ceduto** dal sistema.
- $Q_{30} > 0 \Longrightarrow$ calore **assorbito** dal sistema.

Notiamo che in 2 trasformazioni abbiamo calori ceduti, mentre nelle altre due abbiamo calori assorbiti. Possiamo quindi, per comoditá, raggruppare i calori scambiati nelle singole trasformazioni in calore totale assorbito (Q_{ASS} che é positivo) e calore totale ceduto (Q_{CED} che é negativo):

$$Q_{ASS} = Q_{01} + Q_{30} > 0 \tag{2.4}$$

$$Q_{CED} = Q_{12} + Q_{23} < 0 \tag{2.5}$$

Essendo il calore totale Q scambiato durante l'intero ciclo la somma dei singoli calori, allora sará anche la somma fra calore assorbito e calore ceduto, inoltre essendo $Q_{CED} < 0$ possiamo tranquillamente scriverlo come $Q_{CED} = -|Q_{CED}|$, quindi il calore totale diventa:

$$Q = Q_{01} + Q_{30} + Q_{12} + Q_{23} = Q_{ASS} + Q_{CED} = Q_{ASS} - |Q_{CED}| \tag{2.6}$$

Come abbiamo accennato prima notiamo che il calore totale é positivo e quindi diciamo che complessivamente é assorbito, ma in realtá il calore che effettivamente viene fornito al sistema é Q_{ASS}, in quanto nel calore totale cé compreso anche una parte di calore ceduto Q_{CED}.

Riprendiamo ora il primo principio della termodinamica per questo ciclo esplicitando il calore totale con la precedente differenza:

$$Q_{ASS} - |Q_{CED}| = L \Longrightarrow Q_{ASS} = L + |Q_{CED}| \tag{2.7}$$

Abbiamo espresso il calore fornito al sistema come somma del lavoro e di $|Q_{CED}|$, in quanto vista in questo modo, tale relazione indica che per produrre un certo lavoro L dobbiamo fornire effettivamente al sistema una quantitá di calore Q_{ASS}. Tale quantitá di calore sará quindi in parte trasformata in lavoro e in parte in calore $|Q_{CED}|$ che viene perso. Possiamo vedere Q_{ASS} come la quantitá di combustibile che, fornito alla macchina, in parte serve per produrre lavoro L e in parte

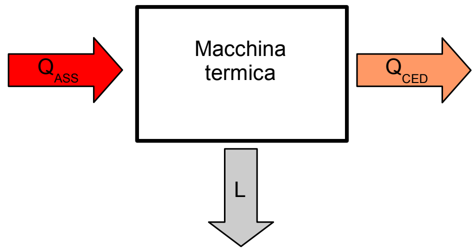

Figura 2.5: Schematizzazione della macchina termica.

viene perso sotto forma di calore $|Q_{CED}|$. Una macchina termica puó quindi essere schematizzata come in Fig. 2.5.

Dalle precedenti considerazioni risulta quindi chiaro che quando parliamo di macchina termica ciclica siamo interessati in primo luogo a conoscere quanto questa macchina é efficiente, ossia sapere quanto lavoro possiamo ricavare da una certa quantitá di calore effettivamente fornito al sistema. Per esempio se abbiamo due macchine termiche che a paritá di una quantitá di calore $Q_{ASS} = 20J$ producono rispettivamente i lavori $L_1 = 10J$ e $L_2 = 5J$, risulta chiaro che la prima macchina é piú efficiente e la preferiamo alla seconda, in quanto riesce a produrre piú lavoro rispetto alla seconda a paritá di calore fornito.

Possiamo quindi identificare se una macchina é piú o meno efficiente definendo il rendimento di una macchina termica come il rapporto fra il lavoro prodotto e il calore fornito al sistema:

$$\eta = \frac{L}{Q_{ASS}} \tag{2.8}$$

Essendo $L < Q_{ASS}$ il rendimento sará una quantitá minore di 1. Sará 1 solo per casi estremi, concretamente non raggiungibili. Possiamo inoltre vedere che il rendimento é sempre un quantitá positiva per una macchina termica ciclica che produce lavoro. Possiamo quindi dire che:

$$0 < \eta < 1 \tag{2.9}$$

Possiamo, in modo equivalente, esprimere il rendimento in termini di Q_{ASS} e $|Q_{CED}|$ con la seguente relazione:

$$\eta = 1 - \frac{|Q_{CED}|}{Q_{ASS}} \tag{2.10}$$

2.4 Conclusioni e approfondimenti

Con questa breve nota si é voluto dare una definizione pratica di macchina termica, fornendo quelle che sono le principali richieste che devono essere rispettate, ossia il fatto che la macchina termica per poter essere realizzata praticamente deve lavorare con una trasformazione ciclica.

Abbiamo inoltre definito il parametro rendimento che ci permette di classificare la bontá di una macchina termica.

Maggiori approfondimenti saranno trattati durante il corso di fisica con il ciclo di Carnot e il secondo principio della termodinamica.

Curioso e istruttivo sarebbe analizzare qualitativamente il funzionamento di una delle prime macchine termiche cicliche realizzate dall'uomo: la macchina a vapore. A tale proposito indichiamo un sito internet sul quale si pissono trovare diverse animazioni della macchina a vapore, dall'animazione completa alle animazioni che ne illustrano i dettagli. Sempre sullo stesso sito si puó visionare un video di un modellino di macchina a vapore. Il link del sito é
http://www.racine.ra.it/ungaretti/SeT/macvapor/.