

Matematica con elementi di statistica
ESERCIZI: probabilità

Esercizi sulla Probabilità

Esercizio 1. In un corso di laurea uno studente deve scegliere un esame fra 8 di matematica e un esame fra 5 di fisica. Determina quante scelte differenti può effettuare.

Soluzione. 40

Esercizio 2. Determina quanti numeri diversi si possono formare usando insieme le cifre 4, 4, 5, 6, 7.

Soluzione. 220

Esercizio 3. Determina in quanti modi diversi si può chiudere un campionato di calcio al quale partecipano 12 squadre.

Soluzione. 479001600

Esercizio 4. Date le cifre 2, 3, 5, 7, determina quanti numeri di tre cifre diverse che comincino con 7 si possono formare.

Soluzione. 6

Esercizio 5. Date le cifre 2, 3, 5, 7, determina quanti numeri di tre cifre che comincino con 7 si possono formare.

Soluzione. 16

Esercizio 6. Determina in quanti modi si possono disporre su un tavolo 15 dischetti, sapendo che di essi 7 sono rossi, 5 sono neri e 3 sono bianchi.

Soluzione. 360360

Esercizio 7. Determina quanti numeri telefonici di 4 cifre differenti possono essere fatti con le 10 cifre presenti sull'apparecchio telefonico (sono ammessi anche numeri che iniziano con 0).

Soluzione. 5040

Esercizio 8. In un ipotetico parlamento sono presenti 12 diversi partiti politici. Determina quanti governi formati da 7 partiti e quanti da 5 partiti potrebbero formare il presidente del consiglio.

Soluzione. 792

Esercizio 9. In un'urna sono state messe 5 palline, tutte colorate diversamente. Determina quante estrazioni differenti di 3 palline si possono fare.

Soluzione. 10

Esercizio 10. In un'urna sono state messe 5 palline, numerate da 1 a 5. Determina quanti numeri differenti si possono ottenere, estraendo 3 palline dall'urna e leggendo nell'ordine le 3 cifre.

Soluzione. 60

Esercizio 11. Nel gettare 1 dado non truccato, si calcoli la probabilità che si ottenga un numero pari, si ottenga un numero dispari, si ottenga un numero primo, si ottenga un numero maggiore di 4.

Soluzione. $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$.

Esercizio 12. Nel gettare 2 dadi non truccati, si supponga che i 36 risultati siano equiprobabili. Siano: A l'evento di ottenere per somma 7, B l'evento di ottenere 2 numeri uguali e C l'evento di ottenere due 3. Calcolare $P(A)$, $P(\Omega \setminus A)$ e $P(B \cup C)$.

Soluzione. $P(A) = \frac{1}{6} \approx 16,67\%$; $P(\Omega \setminus A) = \frac{5}{6} \approx 83,33\%$ e $P(B \cup C) = P(B) = \frac{1}{6} \approx 16,67\%$.

Esercizio 13. Qual è la probabilità di estrarre un asso oppure una figura da un mazzo di 40 carte non truccate? Qual è invece la probabilità di non estrarre una figura?

Soluzione. $P(A \cup B) = 40\%$; $P(\Omega \setminus B) = 70\%$.

Esercizio 14. Qual è la probabilità di estrarre una figura oppure una carta di fiori da un mazzo da poker di 52 carte non truccate? Qual è invece la probabilità di estrarre una figura che non sia di fiori?

Soluzione. $P(A \cup B) = \frac{11}{26} \approx 42,31\%$; $P(A \setminus B) = \frac{9}{52} \approx 17,31\%$.

Esercizio 15. Un'urna contiene 3 palline gialle e 8 palline rosse tutte uguali. Si effettuano 2 estrazioni successive senza reintrodurre la pallina estratta nell'urna. Qual è la probabilità che la seconda pallina sia rossa? Qual è invece la probabilità di estrarre due palline gialle?

Soluzione. $\frac{8}{11}$; $\frac{3}{55}$.

Esercizio 16. Si lanciano contemporaneamente 3 dadi non truccati. Qual è la probabilità che almeno due di essi mostrino la stessa faccia?

Soluzione. Lo spazio campione Ω contiene $6 \cdot 6 \cdot 6 = 6^3$ elementi.

Sia A l'evento che si verifica se almeno due dadi mostrano la stessa faccia, quindi $\Omega \setminus A$ è l'evento che si verifica se i dadi mostrano tutte facce diverse. Allora $\Omega \setminus A$ contiene $6 \cdot 5 \cdot 4$ elementi.

Abbiamo che

$$P(\Omega \setminus A) = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{6^3} = \frac{5}{9},$$

quindi

$$P(A) = 1 - P(\Omega \setminus A) = 1 - \frac{5}{9} = \frac{4}{9}.$$

Esercizio 17. Sia $\Omega = \{n \in \mathbb{N} \mid 1 \leq n \leq 240\}$. Consideriamo i seguenti eventi:

A : “il numero estratto è un multiplo di 3”;

B : “il numero estratto è un multiplo di 4”;

C : “il numero estratto è un multiplo di 6”.

Gli eventi A e B sono indipendenti? Gli eventi B e C sono indipendenti? Motivare le risposte.

Esercizio 18. Calcoliamo la probabilità che una famiglia con due figli abbia:

- a) un maschio e una femmina;
- b) un maschio e una femmina, sapendo che uno dei due figli è un maschio;
- c) un maschio e una femmina, sapendo che il primogenito è un maschio.

Per semplificare l'esercizio si consideri lo spazio campione equiprobabile.

Soluzione. $\frac{1}{2}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{1}{2}$.

Esercizio 19. Si consideri l'esperimento del lancio di una moneta non truccata due volte. Qual è la probabilità che esca testa in entrambi i lanci se

- a) al primo lancio esce testa?
- b) esce almeno una volta testa?

Soluzione. $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$. N.B. : $\frac{1}{3} < \frac{1}{2}$ siccome la seconda informazione è più vaga (il condizionamento è meno forte).

Esercizio 20. Si consideri l'esperimento del lancio di una moneta non truccata due volte. Si descriva Ω e si considerino:

- A_1 l'evento di avere testa al primo lancio;
- A_2 l'evento di avere testa al secondo lancio;
- A_3 l'evento di avere testa una ed una sola volta.

Dire se A_1 , A_2 , A_3 sono tre eventi indipendenti.

Esercizio 21. Una scatola contiene 10 palline, 6 verdi (V) e 4 bianche (B) tali che: 4 palline verdi sono lisce e le altre 2 verdi sono ruvide (R); 1 pallina bianca è liscia e le altre 3 bianche sono ruvide (R). Supposto lo spazio campione Ω equiprobabile ed estratta a caso una pallina, calcolare $P(B)$, $P(V)$, $P(R)$, $P(V \cap R)$, $P(B \cap R)$, $P(B|R)$.

Esercizio 22. Si estrae una carta da un mazzo di 52 carte da poker. Calcolare la probabilità di estrarre una figura a patto che questa sia di fiori o di picche.

Esercizio 23. Si effettuano 2 estrazioni successive da un mazzo di 40 carte non truccate senza reintrodurre la prima carta estratta nel mazzo. Calcolare la probabilità di estrarre una figura come seconda carta, sapendo che la prima carta estratta è un asso.

Soluzione. $P(A|B) = \frac{12}{39}$.

Esercizio 24. Si effettuano 2 estrazioni successive da un mazzo di 40 carte non truccate senza reintrodurre la prima carta estratta nel mazzo. Calcolare la probabilità di estrarre una carta di coppe come seconda, sapendo che la prima carta estratta è un re.

Soluzione. $P(A|B) = \frac{1}{4}$. Osserviamo che tale probabilità coincide con la probabilità di pescare una carta di coppe dal mazzo di 40 carte.

Esercizio 25. Si lanciano due dadi non truccati. Calcolare la probabilità che escano due 6 e la probabilità che escano due numeri pari.

Soluzione (Suggerimento). Nel lancio di due dadi non truccati, gli esiti del primo e del secondo dado sono eventi indipendenti!

Esercizio 26. Lanciamo 3 volte un dado non truccato. Qual è la probabilità di ottenere esattamente due numeri pari?

Soluzione. $P(A) = 0,375$

Esercizio 27. Un sacchetto contiene 8 palline rosse (R) e 5 palline gialle (G). Si effettuano 3 estrazioni successive **senza reimbussolamento** (ossia senza reintrodurre la pallina estratta nel sacchetto). Qual è la probabilità che la prima e la terza pallina estratta siano entrambe rosse? Qual è la probabilità che tutte le tre palline estratte siano rosse?

Soluzione. $P(RRR \cup RGR) \approx 0,359$; $P(RRR) \approx 0,196$.

Esercizio 28. Un'urna contiene 10 palline, di cui 3 bianche (B) e 7 nere (N). Si effettuano 3 estrazioni successive:

a) con reimbussolamento

b) senza reimbussolamento.

Quali sono le probabilità di estrarre 0, 1, 2, 3 palline bianche nei due casi?

Soluzione.

a) $P(B = 0) = 0,343$; $P(B = 1) = 0,441$; $P(B = 2) = 0,189$; $P(B = 3) = 0,027$.

b) $P(B = 0) = \frac{7}{24}$; $P(B = 1) = \frac{21}{40}$; $P(B = 2) = \frac{7}{40}$; $P(B = 3) = \frac{1}{120}$.