

**Matematica con elementi di statistica**  
**ESERCIZI: equazioni e disequazioni**

**Esercizi 1: equazioni e disequazioni**

**Equazioni e disequazioni.** Risolvere le seguenti equazioni e disequazioni.

1.  $8(5 - x) + 3(x - 5) > 0$

*Soluzione.*  $x \in ] - \infty; 5[$

2.  $(3x + 1)^2 - 4x(x - 2) \leq 5x(x + 6) - 16x$

*Soluzione.*  $\emptyset$

3.  $x^2(x - 1) \geq 0$

*Soluzione.*  $x \in ]1; +\infty[ \cup \{0\}$

4.  $x^2 - x - 6 = 0$

*Soluzione.*  $\{3, 2\}$

**Disequazioni fratte.** Risolvere le seguenti disequazioni fratte.

1.  $\frac{x^2 - 5x + 8}{9 - x^2} < 0$

*Soluzione.*  $x \in ] - \infty; -3[ \cup ]3; +\infty[$

2.  $\frac{2x - 1}{x - 3} < \frac{x + 1}{x - 1}$

*Soluzione.*  $x \in ]1; 3[$

3.  $\frac{x^2 - 4x + 3}{4 - x^2} \leq 0$

*Soluzione.*  $x \in ] - \infty; -2[ \cup ]1; 2[ \cup ]3; +\infty[$

4.  $\frac{4x - x^2}{9x^2 + 6x + 1} \geq 0$

*Soluzione.*  $x \in [0; 4]$

5.  $\frac{3}{x - 2} < \frac{2x}{3 + x}$

*Soluzione.*  $x \in ] - \infty; -3[ \cup ] - 1; 2[ \cup ]\frac{9}{2}; +\infty[$

6.  $\frac{7x - 4}{x^2 - 4} - \frac{2}{x - 2} < \frac{7}{x + 2}$

*Soluzione.*  $x \in ] - 2; 2[ \cup ]3; +\infty[$

**Sistemi di disequazioni.** Risolvere i seguenti sistemi di disequazioni.

1.

$$\begin{cases} x + 2 > 5 \\ x - 5 > 0 \end{cases}$$

**Soluzione.**  $x \in ]5; +\infty[$

2.

$$\begin{cases} (x + 2)(x - 1) > 4 - (3x - 1)^2 \\ (x - 1)^2 + (2x + 3)^2 > 25 \end{cases}$$

**Soluzione.**  $x \in ]-\infty; -3[ \cup ]1; +\infty[$

3.

$$\begin{cases} \frac{3x + 7}{x + 1} - \frac{3x - 7}{x - 1} < 0 \\ 3(x - 1)^2 \leq 25 - x \end{cases}$$

**Soluzione.**  $x \in [-2; -1[ \cup ]0; 1[$

4.

$$\begin{cases} \frac{x^2 + 1}{x} > 0 \\ \frac{x}{1 - x} > 0 \end{cases}$$

**Soluzione.**  $x \in ]0; 1[$

**Equazioni e disequazioni irrazionali.** Risolvere le seguenti equazioni e disequazioni irrazionali.

1.  $\sqrt{x^2 + x + 1} = 2x + 3$

**Soluzione.**  $x = -1$

2.  $\sqrt{x - x^2} = \sqrt{7 - 2x}$

**Soluzione.**  $\emptyset$

3.  $x + 7 \leq \sqrt{9 - x^2}$

**Soluzione.**  $\emptyset$

4.  $\sqrt{6x - x^2} < 3 - 2x$

**Soluzione.**  $x \in \left[0; \frac{3}{5}\right[$

5.  $\sqrt{3x - 2} > 2(x - 1)$

**Soluzione.**  $x \in \left[\frac{2}{3}; 2\right[$

$$6. \sqrt{x^2 - 4} - 2x + 1 > 4 - x$$

$$\text{Soluzione. } x \in ] -\infty; -\frac{13}{6} [$$

$$7. \sqrt{3x^2 + 10x + 3} - x - 3 < 0$$

$$\text{Soluzione. } x \in \left[ -\frac{1}{3}; 1 [$$

$$8. \frac{\sqrt{x^2 + 4x + 3} - x - 2}{x^2 - 16} < 0$$

$$\text{Soluzione. } x \in ] -4; -3] \cup ]4; +\infty [$$

$$9. \frac{\sqrt{x^2 + 6x + 8} - x - 5}{x^2 - 36} \leq 0$$

$$\text{Soluzione. } x \in \left] -6; -\frac{17}{4} \right] \cup ]6; +\infty [$$

**Equazioni e disequazioni esponenziali.** Risolvere le seguenti equazioni e disequazioni esponenziali.

$$1. 9^{4-x} = \frac{1}{3}$$

$$\text{Soluzione. } x = \frac{9}{2}$$

$$2. 7^{2x+5} = 7^{\frac{x-1}{2}}$$

$$\text{Soluzione. } x = -\frac{11}{3}$$

$$3. 4^{\frac{3+x}{x-1}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-5x}$$

$$\text{Soluzione. } x = 2; x = -\frac{3}{5}$$

$$4. 2^{2x+1} - 10 \cdot 2^x = 0$$

$$\text{Soluzione. } x = -1 + \log_2 10 \text{ o, equivalentemente, } x = \log_2 5.$$

Infatti:  $-1 + \log_2 10 = -1 + \log_2(2 \cdot 5) = -1 + \log_2 2 + \log_2 5 = -1 + 1 + \log_2 5 = \log_2 5.$

$$5. \left(\frac{1}{2}\right)^{x+1} = 40 - \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}$$

$$\text{Soluzione. } x = -4$$

$$6. 2^{3-x} - 2^{5-x} + 2^{x+1} = 0$$

**Soluzione.**  $x = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_2 24$  o, equivalentemente,  $x = 1 + \frac{1}{2} \log_2 3$  o, equivalentemente,  $x = \frac{1}{2} \log_2 12$  (le equivalenze si provano applicando le proprietà dei logaritmi, come nell'esercizio precedente).

7.  $1 - 7^{1+x} \geq 0$

**Soluzione.**  $x \in ] - \infty; -1]$

8.  $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-2} - 4 \leq 0$

**Soluzione.**  $x \in [0; +\infty[$

9.  $\left(\frac{1}{5}\right)^{3x} - 3\left(\frac{1}{5}\right)^x > 0$

**Soluzione.**  $x \in ] - \infty; \frac{1}{2} \log_{\frac{1}{5}} 3[$

10.  $3^{x+2} < 216 + 3^x$

**Soluzione.**  $x \in ] - \infty; 3[$

11.  $e^{2x} > 5e^x$

**Soluzione.**  $x \in ] \ln 5; +\infty[$

12.  $2^x + 2^{3-x} - 2^{4-x} \leq 0$

**Soluzione.**  $x \in ] - \infty; \frac{3}{2}]$

**Equazioni e disequazioni logaritmiche.** Risolvere le seguenti equazioni e disequazioni logaritmiche.

1.  $\log_{\frac{3}{8}} x = -2$

**Soluzione.**  $x = \frac{64}{9}$

2.  $\log_{\frac{1}{4}} x = \frac{3}{2}$

**Soluzione.**  $x = \frac{1}{8}$

3.  $\log_{\frac{1}{2}}(3x - 2) = 3$

**Soluzione.**  $x = \frac{17}{24}$

4.  $\log_2(x^2 - x) = 1$

**Soluzione.**  $x = -1, x = 2$

5.  $2 \ln(x + 4) = \ln(2 - x)$

**Soluzione.**  $x = -2$

6.  $2 \log_5(\sqrt{3x}) = \log_5(x^2 - 4)$

**Soluzione.**  $x = 4$

7.  $\log_2(x^2 - 5x) - \log_2(1 - x) = 1$

**Soluzione.**  $x = \frac{3 - \sqrt{17}}{2}$

8.  $\log(3x - 5) + \log(x - 2) = \log 2$

**Soluzione.**  $x = \frac{8}{3}$

9.  $\log(x - 3) > 1$

**Soluzione.**  $x \in ]13; +\infty[$

10.  $\log_{\frac{1}{2}}(3x - 5) > 2$

**Soluzione.**  $x \in \left] \frac{5}{3}; \frac{7}{4} \right[$

$$11. \log_2 \frac{x+3}{x} > 1$$

**Soluzione.**  $x \in ]0; 3[$

$$12. \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - x) \geq \log_{\frac{1}{2}} 6$$

**Soluzione.**  $x \in [-2; 0[ \cup ]1; 3]$

$$13. \log_{\frac{1}{3}}(2-x) - \log_{\frac{1}{3}}(1-2x) \geq 0$$

**Soluzione.**  $x \in ]-\infty; -1]$

$$14. \ln x \leq 2 \ln(2x)$$

**Soluzione.**  $x \in \left[\frac{1}{4}; +\infty[$

$$15. \log_{\frac{1}{3}}(x-4) - \log_{\frac{1}{3}}(2x-1) \geq 1$$

**Soluzione.**  $x \in ]4; 11]$

**Equazioni e disequazioni esponenziali e logaritmiche.** Risolvere le seguenti equazioni e disequazioni.

16. Risolvere le seguenti equazioni:

- $2^x = 8;$
- $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x} = 2^4;$
- $3^x + 9 = 0;$
- $e^x - 1 = 0;$
- $e^{2x} + 3e^x = 0;$
- $\frac{e^{x-4}}{e^{x+7}} = 0;$
- $e^{3x} + e^x = 0.$

17. Risolvere le seguenti disequazioni:

- $2^x \geq 16;$
- $\left(\frac{1}{3}\right)^x \geq \frac{1}{27};$

- $e^x < -1$ ;
- $e^x \leq e^4$ ;
- $2e^x - 2 > 0$ ;
- $\frac{e^{x^2-9}}{3x+5} \leq 0$ ;
- $\left(\frac{1}{5}\right)^x \leq \frac{1}{25}$ .