1. FUNZIONI IN UNA VARIABILE

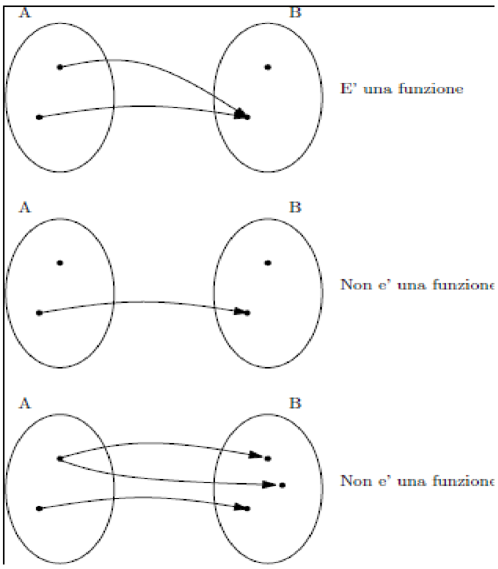
Definizione: Dati due insiemi A, B chiamiamo *funzione* da A in B ogni, f, applicazione (legge, corrispondenza) che associa ad ogni elemento di A uno ed uno solo elemento di B. La indicheremo con

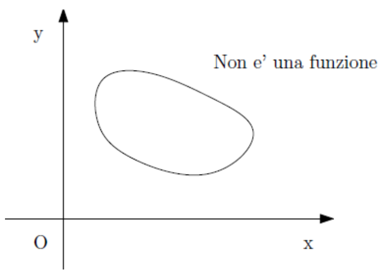
$$f: A \longrightarrow B$$
$$x \longmapsto y = f(x)$$

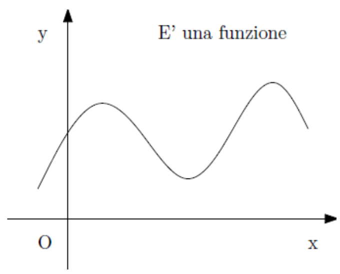
Se $B \subset \mathbb{R}$, la funzione si dice reale
Se $A \subset \mathbb{R}$, la funzione si dice a variabile reale.

$A = D_f :=$ dominio della funzione o insieme di definizione
B insieme di arrivo.
$f(A) = \{y \in B \mid y = f(x), x \in A\} \subset B := C_f$ =codominio, insieme dei valori o insieme delle immagini di f
$G_f = \{(x, y) \in A \times B \mid y = f(x)\} :=$ grafico di f
Se $A, B \subset \mathbb{R}$ è una curva del pino cartesiano detta curva di rappresentatrice della funzione.

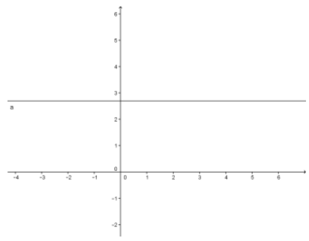
Esempi:



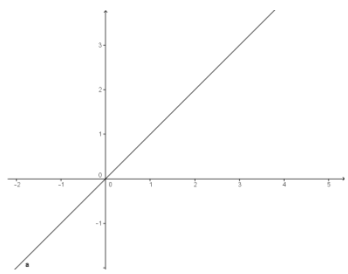




1) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}: \ x \mapsto f(x) = a$
Dove $a \in \mathbb{R}$ è una costante.
Il grafico G_f è una retta parallela all'asse delle y.

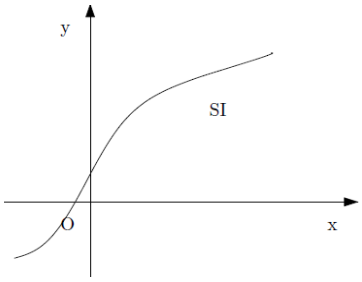


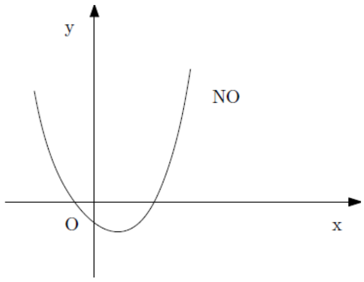
2) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}: \ x \mapsto f(x) = x$
Il grafico G_f rappresenta la retta bisettrice del primo e terzo quadrante



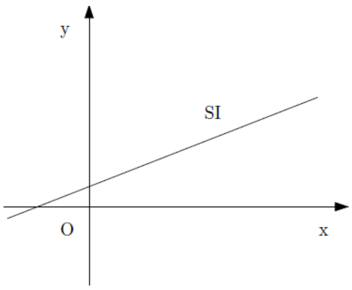
Osservazione: Un insieme di punti del piano cartesiano è il grafico di una funzione f se e solo se ogni retta parallela all'asse delle y interseca tale insieme di punti in al massimo un punto.
PROPRIETA' DELLE FUNZIONI

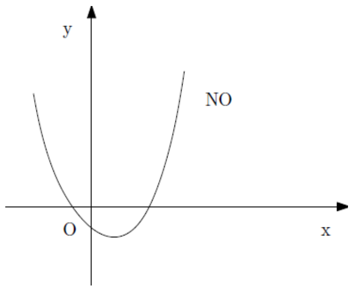
Definizione. Una funzione $f: A \longrightarrow B$ si dice *iniettiva* se per ogni $x_1, x_2 \in A$ con $x_1 \neq x_2$abbiamo che $f(x_1) \neq f(x_2)$. (Ossia manda elementi distinti di A in elementi distinti di B.)





Graficamente la funzione f è iniettiva se qualsiasi retta parallela all'asse x interseca G_f in al massimo un punto.
Definizione: . Una funzione $f: A \longrightarrow B$ si dice *suriettiva* se $f(A) = B$ ovvero tutti i punti di B sono immagine di un punto di A.





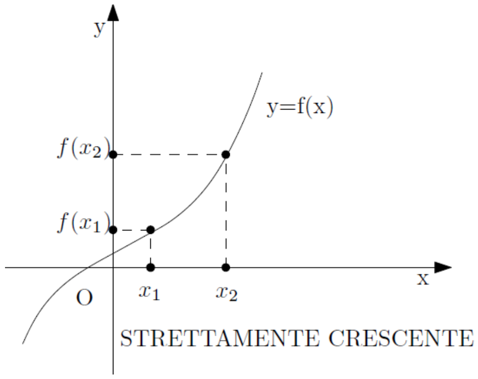
Definizione: Una funzione $f: A \longrightarrow B$ si dice *biiettiva o biunivoca* se è sia suriettiva che iniettiva.

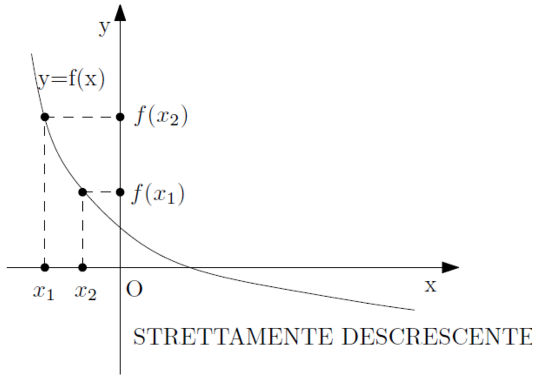
Es 1.9 Una funzione $y = f(x)$ associa al numero x la differenza tra il cubo del numero e il cubo della somma tra il numero e due. Scrivere $f(x)$ e determinare il codominio se il dominio è $A = \{-1; 0; +1\}$

Es 1.10 E' vera o falsa l'affermazione: se $f(x) = x^2 - 1$ allora $f(x + k) = x^2 + k - 1$?

D'ora in poi prenderemo in considerazioni solo funzioni reali a valori reali, cioè funzioni $f: A \longrightarrow B$ con $A, B \subset \mathbb{R}$.
Rispetto al loro comportamento le funzioni si dividono in funzioni *monotone* e funzioni *non monotone.*
Definizione Sia $f: A \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione. Le funzioni monotone sono definite nel modo seguente, $f$si dice:

- **i.** Crescente se $\forall x_1, x_2 \in A$ con $x_1 < x_2$ si ha che $f(x_1) \leq f(x_2)$
- **ii.** Strettamente crescente se $\forall x_1, x_2 \in A$ con $x_1 < x_2$ si ha che $f(x_1) < f(x_2)$
- **iii.** Decrescente se $\forall x_1, x_2 \in A$ con $x_1 < x_2$ si ha che $f(x_1) \geq f(x_2)$
- **iv.** Strettamente decrescente se $\forall x_1, x_2 \in A$ con $x_1 < x_2$ si ha che $f(x_1) > f(x_2)$





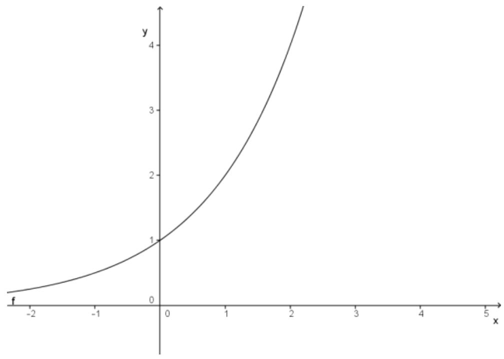
Osservazione: Le funzioni strettamente crescenti o decrescenti sono iniettive.

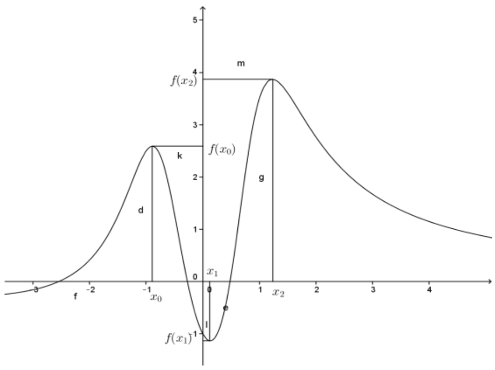
Definizione Data una funzione $f: A \longrightarrow B$, un punto $x_0 \in A$ è detto *punto di massimo (minimo) assoluto* per la funzione f se per ogni $x \in A$ $f(x_0) \geq f(x)$ $\quad \big(f(x_0) \leq f(x)\big)$.
In questo caso, $f(x_0)$ si dice *massimo (minimo) assoluto di* f.

N.B. <u>Il massimo e il minimo sono valori assunti dalla f e quindi relativi all'asse delle y.</u>

Definizione Data una funzione $f: A \longrightarrow B$, un punto $x_0 \in A$ è detto *punto di massimo (minimo) relativo* per f se esiste un intorno $I_\delta(x_0) \coloneqq (x_0 - \delta; x_0 + \delta)$ con $\delta > 0$, tale che $f(x_0) \geq f(x)$ $(f(x_0) \leq f(x))$ $\forall\, x \in I_\delta(x_0) \cap A$.
In questo caso, $f(x_0)$ si dice *massimo (minimo) relativo* per f.

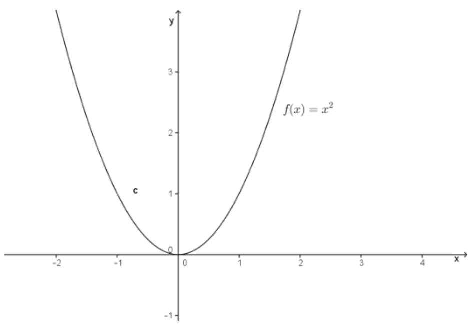
Osservazione: non sempre una funzione ammette massimi o minimi relativi o assoluti.

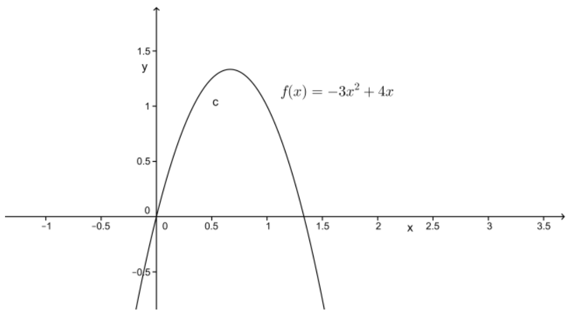




Definizione Una funzione $f: A \longrightarrow \mathbb{R}$ si dice *limitata superiormente (inferiormente)* se C_f è limitato superiormente (inferiormente), ovvero esiste $M \in \mathbb{R}$ tale che $f(x) \leq M$ $\big(f(x \geq M)\big)$ $\forall\, x \in \mathbb{R}$.
Una funzione si dice *limitata* se è limitata sia inferiormente che superiormente.

Esempi:





Definizioni

i. Una funzione f si dice *pari* se $f(x) = f(-x) \;\; \forall \;\; x \in D_f$. Graficamente risulta che G_f è simmetrico all'asse y.

ii. Una funzione f si dice *dispari* se $f(x) = -f(-x) \;\; \forall \;\; x \in D_f$. Graficamente risulta che G_f è simmetrico rispetto all'origine degli assi.

iii. Una funzione f si dice *periodica* di periodo T se $f(x+T) = f(x) \;\; \forall \;\; x \in D_f$.

Esempi La funzione $f(x) = \sin x$ è una funzione DISPARI e PERIODICA di periodo 2π;
la funzione $f(x) = \cos x$ è una funzione PARI e PERIODICA di periodo 2π.

OPERAZIONI TRA FUNZIONI

Definizione Siano $f: D_f \longrightarrow C_f$ e $g: D_g \longrightarrow C_g$ due funzioni. Se $C_f \subset D_g$ allora è definita l'applicazione

$$\begin{aligned} h: D_f &\longrightarrow C_g \\ x &\longmapsto h(x) = g(f(x)) \end{aligned}$$

La funzione h è detta *funzione composta* di f e g e viene indicata con $h = g \circ f$.
Dunque $h(x) = (g \circ f)(x) = g(f(x))$.
Si usa anche scrivere

$$D_f \xrightarrow{f} C_f \subset D_g \xrightarrow{g} C_g$$

Osservazione: in generale $g \circ f \neq f \circ g$.

Esempi:

1) $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}: x \mapsto 3x, \quad g: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}^+: x \mapsto x^2$
Poiché $C_f \subset D_g$ (sono proprio uguali) allora è possibile definire $g \circ f$.
$(g \circ f)(x) = g\big(f(x)\big) = g(3x) = 9x^2$
Poiché $C_g \subset D_f$ allora è possibile definire anche la funzione $f \circ g$
$(f \circ g)(x) = f\big(g(x)\big) = f(x^2) = 3x^2$
Risulta evidente che $g \circ f \neq f \circ g$.

2) $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}: x \mapsto x+1, \quad g: \mathbb{R}\backslash\{0\} \longrightarrow \mathbb{R}\{0\}: x \mapsto \frac{2}{x}$
Poiché $C_g \subset D_f$ allora è possibile definire $f \circ g$
$(f \circ g)(x) = f\big(g(x)\big) = f\left(\dfrac{2}{x}\right) = \dfrac{2}{x} + 1$
Notiamo però che $C_f \not\subset D_g$ quindi non è possibile definire $g \circ f$, per fare ciò dovremo restringere il dominio di f.

3) $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}: x \mapsto x+2, \quad g: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}: x \mapsto x-2$
Poiché dominio di f, coincide con il codominio di g e viceversa è possibile definire entrambe le funzioni composte $f \circ g$ e $g \circ f$.
$(f \circ g)(x) = f\big(g(x)\big) = f(x-2) = x$
$(g \circ f)(x) = g\big(f(x)\big) = g(x+2) = x$
In entrambi i casi "eccezionalmente" abbiamo ottenuto la funzione identità di $\mathbb{R}$.

Le funzioni f, g dell'ultimo esempio devono avere una sorta di "relazione speciale" in quanto $f \circ g = g \circ f$ ed è uguale alla funzione identità su $\mathbb{R}$ ($Id_{\mathbb{R}}$) . Questa relazione si esprime in termini matematici dicendo che f è l'inversa di g e viveversa.

Definizione Sia $f: A \longrightarrow B$ una funzione biiettiva. Esiste allora una funzione $f^{-1}: B \longrightarrow A$, tale che

$$f^{-1} \circ f = Id_A \text{e } f \circ f^{-1} = Id_B$$

La funzione f^{-1} è detta *funzione inversa* di f, mentre f è detta funzione *invertibile.*

Oltre alla composizione di funzioni, possiamo definire le "usuali" operazioni nel modo seguente.
Siano $f: A \longrightarrow \mathbb{R}$, $g: B \longrightarrow \mathbb{R}$ due funzioni tali che $A \cap B \neq \emptyset$. Allora possiamo definire nell'opportuno dominio le seguenti funzioni:

i. $\frac{1}{f}: x \longmapsto \frac{1}{f(x)}$ $\qquad D_{\frac{1}{f}} = A \setminus \{x | f(x) = 0\}$;
ii. $kf: x \longmapsto kf(x)$ $\qquad D = A$;
Questo tipo di operazione è detta *scalatura,* in quanto la funzione f si "restringe" nel caso in cui $0 < k < 1$ e si "allarga" nel caso in cui $k > 1$, ma mantiene fissi i punti di intersezione con l'asse delle x.
iii. $f \pm g: x \longmapsto f(x) \pm g(x)$ $\qquad D = A \cap B$;
Nel caso particolare in cui $g(x) = k$ una costante otteniamo una *traslazione verticale* della funzione f verso il basso quando $k < 0$ e verso l'alto quando $k > 0$.
iv. $fg: x \longmapsto f(x)g(x)$ $\qquad D = A \cap B$;
v. $\frac{f}{g} : x \longmapsto \frac{f(x)}{g(x)}$ $\qquad D = A \cap B \setminus \{x | g(x) = 0\}$.

Per completezza consideriamo anche le seguenti operazioni. Consideriamo $f: [a; b] \longrightarrow \mathbb{R}$
vi. Traslazione orizzontale $g(x) = f(x + k)$ $\quad D_g = [a - k; b - k]$
Se $k > 0$ la traslazione è verso destra, se invece $k < 0$ la traslazione è verso sinistra.
vii. Dilatazione o contrazione: $g(x) = f(kx)$ $\quad D_g = [\frac{a}{k}; \frac{b}{k}]$
Se $k > 1$ stiamo contraendo la funzione f, mentre se $0 < k < 1$ stiamo dilatando la funzione f. In questo caso rimango fissi i punti di intersezione tra il grafico G_f della funzione e l'asse y.

1.1 La funzione esponenziale

La funzione esponenziale è una funzione della forma $f(x) = a^x$ con $a > 0, a \neq 1$. Tali funzioni ci permettono di estendere il concetto di potenza, ponendo ad esponente un qualsiasi numero reale $x \in \mathbb{R}$. Ovviamente valgono le proprietà delle potenze:

i. $a^{-x_1} = \frac{1}{a^{x_1}}$
ii. $a^{x_1}a^{x_2} = a^{x_1+x_2}$
iii. $(a^{x_1})^{x_2} = a^{x_1 x_2}$

CARATTERISTICHE DELLA FUNZIONE ESPONENZIALE:

1) $a^x > 0 \quad \forall\, x \in \mathbb{R}$;
2) $a^0 = 1$, quindi il grafico di questa funzione passa per il punto di coordinate $(0; 1)$;
3) $D_f = \mathbb{R}$;
4) $C_f = (0; +\infty)$

Un caso particolare è dato dalla funzione $f(x) = e^x$ (esponenziale per antonomasia), dove la base e è chiamata *numero di Nepero*, è un numero reale, trascendente e lo si ricava facendo il $\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n = e$
$e \approx 2{,}7183$.. ed ha infinite cifre dopo la virgola che non si ripetono.

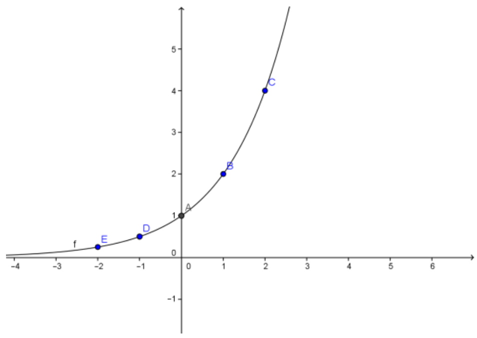
GRAFICI

Per quanto riguarda la funzione esponenziale dobbiamo distinguere i casi in cui $a > 1$ con i casi in cui $0 < a < 1$.

Supponiamo di avere $y = f(x) = 2^x$.

Compiliamo la tabella seguente per capire l'andamento della funzione:

x	y
0	1
1	2
2	4
-1	½
-2	¼



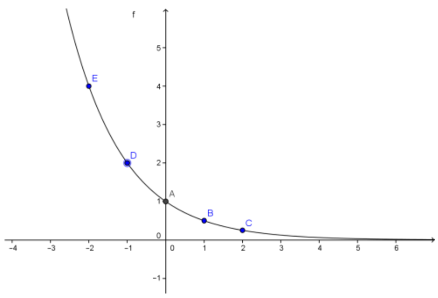
In generale possiamo affermare che:

i. f è strettamente crescente qualunque sia $a > 1$;
ii. f è limitata inferiormente;
iii. f non è pari né dispari.

Supponiamo ora di avere $y = f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

Compiliamo la tabella seguente per capire l'andamento della funzione:

x	y
0	1
1	2
2	4
-1	½
-2	¼



In generale possiamo affermare che:

i. f è strettamente decrescente qualunque sia $0 < a < 1$;
ii. f è limitata inferiormente;
iii. f non è pari né dispari.

Inoltre qualunque sia $a > 0$, $a^x \neq 0 \quad \forall \quad x \in \mathbb{R}$.

Osservazione: $f(x) = 2^x$ e $g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ hanno un grafico simmetrico rispetto all'asse y, quindi si ha che $f(x) = g(-x)$.

Esercizi

Equazioni e disequazioni esponenziali:

1) $5^{x^2+x} = 25$
2) $\sqrt{2}\left(\frac{1}{2}\right)^{x+1} = 1$
3) $4^x + 2^{x+1} - 3 = 0$
4) $\sqrt[3]{16} < 4^{1-x}$
5) $\left(\frac{1}{3}\right)^x > -1$
6) $5^x < -5$
7) $\begin{cases} 2^{x+1} < 2 \\ 3^{x^2-1} - 1 < 0 \end{cases}$

1.2 La funzione logaritmo

La funzione logaritmo è una funzione della forma $f(x) = \log_a x$, con $a > 0, a \neq 1$. Prima di studiare la funzione vogliamo capire cosa rappresenta il logaritmo di un numero.

Definizione Il $\log_a b$ con $a, b > 0$ e $a \neq 1$ rappresenta l'esponente da dare alla base a per ottenere l'argomento b. Ovvero

$$c = \log_a b \quad \Leftrightarrow \quad a^c = b \qquad (*)$$

Quindi il logaritmo numericamente rappresenta un esponente (quindi può essere sia positivo che negativo) e dalla relazione precedente deduciamo che l'argomento b, essendo una potenza con base a ,non potrà mai essere un numero non negativo.

Da $(*)$ deduciamo le seguenti IDENTITA':

$$a^{\log_a x} = x \qquad \log_a a^x = x$$

La funzione logaritmo risulta essere l'inversa della funzione esponenziale.

CARATTERISTICHE DELLA FUNZIONE LOGARITMO:

i. $\log_a 1 = 0;$
ii. $D_f = (0; +\infty),\ \ C_f = \mathbb{R}$

PROPRIETA' DEI LOGARITMI (poniamo $a, b, c > 0$)

i. $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$
ii. $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$
iii. $\log_a b^c = c \log_a b$

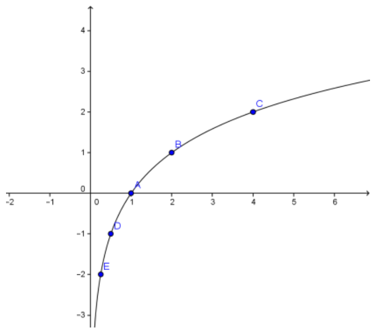
GRAFICI

Anche per quanto riguarda la funzione logaritmica dobbiamo distinguere i casi in cui $a > 1$ con i casi in cui $0 < a < 1$.

Supponiamo di avere $y = \log_2 x$, una funzione con la base maggiore di uno.

Compiliamo la tabella seguente per capire l'andamento della funzione:

x	y
1	0
2	1
4	2
½	-1
¼	-2



N.B
$\log_a x > 0$ se $x > 1$
$\log_a x < 0$ se $0 < x < 1$

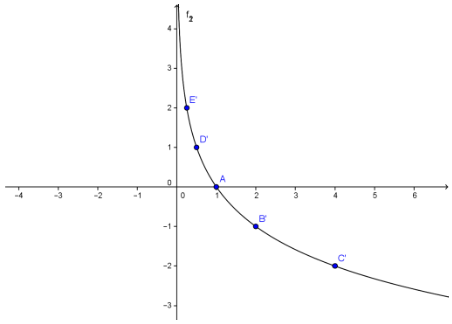
In generale possiamo affermare che:

i. f è strettamente crescente qualunque sia $a > 1$;
ii. f non è limitata e ha un asintoto in $x = 0$;
iii. f non è pari né dispari.

Supponiamo ora di avere $y = f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$.

Compiliamo la tabella seguente per capire l'andamento della funzione:

x	y
1	0
2	-1
4	-2
½	1
¼	2



N.B
$\log_a x > 0$ se $x > 1$
$\log_a x < 0$ se $0 < x < 1$

In generale possiamo affermare che:

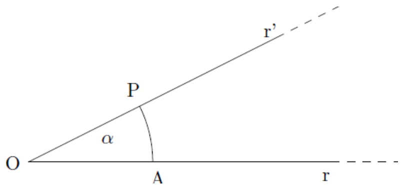
i. f è strettamente decrescente qualunque sia $0 < a < 1$;
ii. f non è limitata e ha un asintoto in $x = 0$;
iii. f non è pari né dispari.

Esercizi:

1) $\log_3 x^2 = 6$;
2) $\log_3(3x - 4) = 2$
3) $\log_{\frac{1}{2}}(3x + 5) < 0$
4) $\begin{cases} \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 8) > 0 \\ \log_3(2 + x^2) > 1 \end{cases}$
5) $\ln(x^2 - 6x + 7) > \ln(x - 3)$
6) $\log(\log(2x - 3)) > 0$

1.3 Goniometria e trigonometria piana

Consideriamo due semirette r, r' uscenti dallo stesso punto O, l'angolo è quella parte di piano ottenuta facendo ruotare una delle due semirette fino a farla sovrapporre all'altra. Le due semirette vengono chiamate *lati* dell'angolo.



Gli angolo possono essere positivi o negativi dipende se la rotazione avviene in senso antiorario o in senso orario. Inoltra abbiamo differenti unità di misura, gradi sessagesimali (meglio conosciuti), radianti, ect.. Ma cosa sono i RADIANTI?

Immaginiamo di tracciare la circonferenza di centro O e raggio $\overline{OP} = \overline{OA}$.

Definizione La misura in radianti dell'angolo α è

$$\alpha_{rad} = \frac{\widehat{PA}}{\overline{OP}}$$

Questa definizione è indipendente dal raggio della circonferenza. Infatti si hanno le seguenti relazioni:

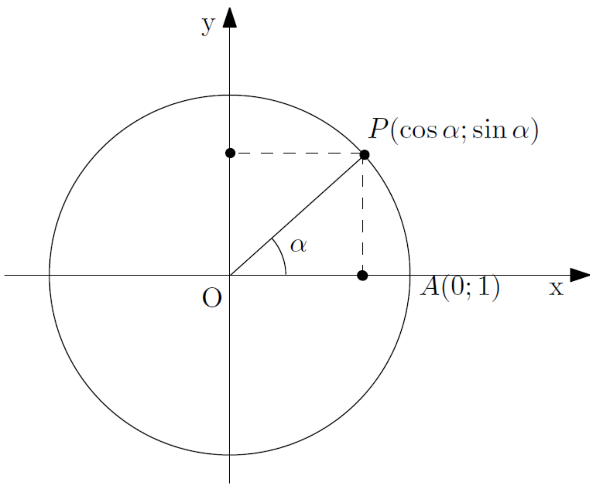
i. $360^{\circ} \rightarrow \frac{2\pi r}{r} = 2\pi$
ii. $180^{\circ} \rightarrow \frac{\pi r}{r} = \pi$
iii. $90^{\circ} \rightarrow \frac{\pi}{2}$

Possiamo sfruttare la seguente proporzione: $\alpha_{rad} : \pi = \alpha^{\circ} : 180^{\circ}$.

Definizione Sia $\mathcal{C}$ la circonferenza goniometrica e $P(x_P, y_P)$ un punto su di essa. Chiamiamo α l'angolo che il segmento $\overline{OP}$ forma con l'asse delle ascisse. Allora definiamo le funzione $\cos\alpha$ e $\sin\alpha$, nel modo seguente:

$$\cos\alpha = x_P \qquad \sin\alpha = y_P$$

Ovvero $P(\cos\alpha, \sin\alpha)$.



Osservazione:

Nel primo quadrante: $\alpha \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$,

nel secondo quadrante: $\alpha \in [\frac{\pi}{2}, \pi]$,

nel terzo quadrante: $\alpha \in [\pi, \frac{3}{2}\pi]$,

nel quarto quadrante : $\alpha \in \left[\frac{3}{2}\pi, 2\pi\right]$.

Osservazione: Poiché $P \in \mathcal{C}$, allora le coordinate di P soddisfano l'equazione della circonferenza goniometrica: $x^2 + y^2 = 1$, quindi abbiamo che

$$\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$$

per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$. Tale uguaglianza viene chiamata IDENTITA' FONDAMENTALE della goniometria.

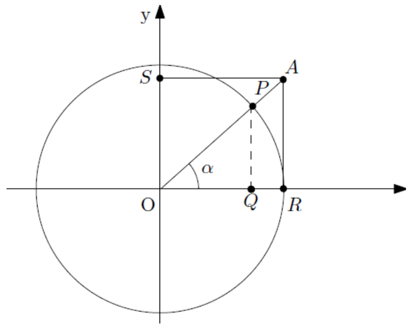
Inoltre osserviamo che per come sono stati definiti:

$$-1 \le \cos\alpha \le 1 \qquad -1 \le \sin\alpha \le 1$$

e

$$\cos(\alpha + 2k\pi) = \cos\alpha \qquad \sin(\alpha + 2k\pi) = \sin\alpha$$

per ogni $k \in \mathbb{Z}$.



Definizione Si definiscono

i. $\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \qquad \forall\, \alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \qquad k \in \mathbb{Z}$

ii. $\cot\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} \qquad \forall\, \alpha \neq k\pi \qquad k \in \mathbb{Z}$

Graficamente la tangente rappresenta il segmento orientato $\overline{RA}$ mentre la cotangente rappresenta il segmento orientato $\overline{SA}$.

Sfruttando le regole della geometria piana andiamo a calcolare coseno, seno, tangente e cotangente di alcuni angoli noti.

α°	α_{rad}	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$\tan\alpha$	$\cot\alpha$
0°	0	1	0	0	$\nexists$
30°	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$
45°	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	1
60°	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
90°	$\frac{\pi}{2}$	0	1	$\nexists$	0
180°	π	-1	0	0	$\nexists$
270°	$\frac{3}{2}\pi$	0	1	$\nexists$	0
360°	2π	1	0	0	$\nexists$

ARCHI ASSOCIATI

Sfruttando la simmetria della circonferenza goniometrica si possono ricavare le seguenti formule:

$$\cos(-\alpha) = \cos\alpha \qquad \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin\alpha \qquad \cos(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \sin\alpha \qquad \cos(\pi - \alpha) = -\cos\alpha$$

$$\sin(-\alpha) = -\sin\alpha \qquad \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = \cos\alpha \qquad \sin(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \cos\alpha \qquad \sin(\pi - \alpha) = \sin\alpha$$

$$\cos(\pi + \alpha) = -\cos\alpha \qquad \cos(\frac{3}{2}\pi - \alpha) = -\sin\alpha \qquad \cos(\frac{3}{2}\pi + \alpha) = \sin\alpha$$

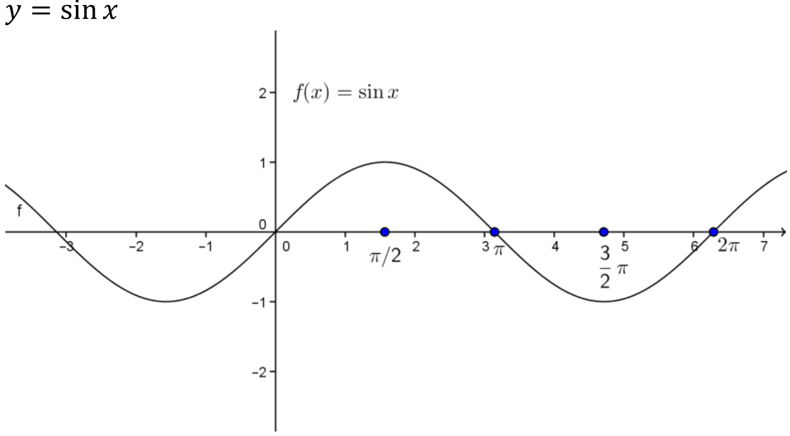
$$\sin(\pi + \alpha) = -\sin\alpha \qquad \sin(\frac{3}{2}\pi - \alpha) = -\cos\alpha \qquad \sin(\frac{3}{2}\pi + \alpha) = -\cos\alpha$$

FORMULE DI SOMMA E SOTTRAZIONE, DUPLICAZIONE E BISEZIONE

i. $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$
ii. $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$
iii. $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$
iv. $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$
v. $\cos^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1+\cos\alpha}{2}$
vi. $\sin^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1-\cos\alpha}{2}$

LA FUNZIONE SENO

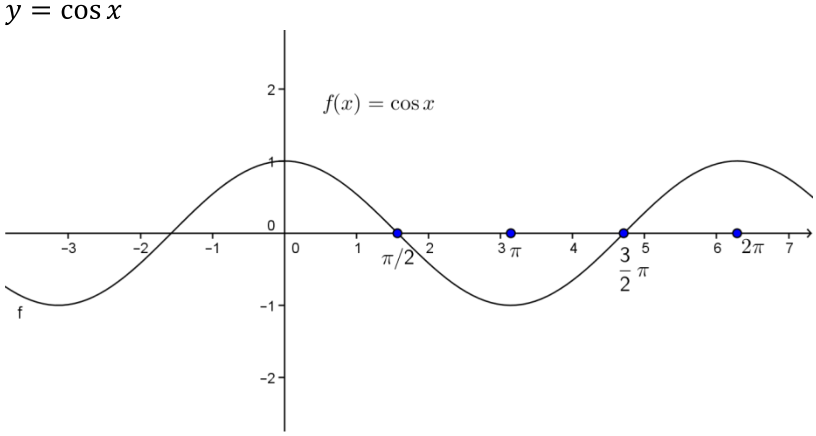
$y = \sin x$



i. $D_f = \mathbb{R}$, $C_f = [-1,1]$ G_f: sinusoide
ii. Limitata
iii. Dispari
iv. Periodica di periodo 2π
v. Non è iniettiva

LA FUNZIONE COSENO

$y = \cos x$

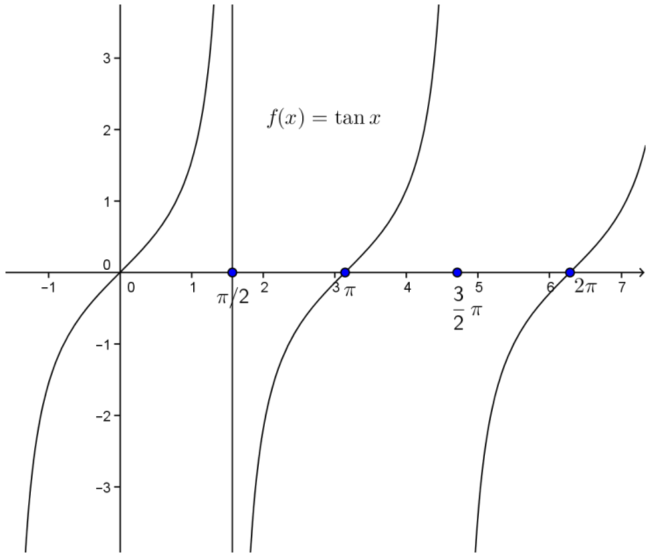


i. $D_f = \mathbb{R}$, $C_f = [-1,1]$ G_f: cosinusoide
ii. Limitata
iii. Pari
iv. Periodica di periodo 2π

v. Non è iniettiva

LA FUNZIONE TANGENTE

$y = \tan x$



i. $D_f = \{\}$,
ii. $C_f = \mathbb{R}$
iii. Non è limitata
iv. Strettamente crescente
v. Dispari
vi. Periodica di periodo π
vii. Non è iniettiva

Esercizi:

Disegna il grafico delle seguenti funzioni indicandone il dominio D_f

1) $f(x) = e^{x-2}$
2) $f(x) = e^x - 3$
3) $f(x) = \ln(x - 4)$
4) $f(x) = \sin(4x)$