

**Matematica ed Informatica+Fisica**  
**ESERCIZI Modulo di Matematica ed Informatica**  
Corso di Laurea in Farmacia - anno acc. 2012/2013  
docente: Giulia Giantesio, gntgli@unife.it

CORREZIONE ESERCIZI SULLE FUNZIONI

**Esercizio 1.** Determinare il dominio delle seguenti funzioni:

- $f(x) = x + 2$ ;  $\mathbb{R}$
- $f(x) = x^3 + 2x^2 - 3$ ;  $\mathbb{R}$
- $f(x) = \frac{x}{x+1}$ ;  $x \neq -1$
- $f(x) = \sqrt{x-3}$ ;  $[3, +\infty[$
- $f(x) = \sqrt{\frac{x}{x^2-1}}$ ;  $] -1, 0] \cup ]1, +\infty[$
- $f(x) = \frac{\sqrt{x-4}}{x^3}$ ;  $[4, +\infty[$
- $f(x) = \sqrt[3]{x^2-3x}$ .  $\mathbb{R}$

**Esercizio 2.** Determinare il carattere delle seguenti funzioni (iniettiva, suriettiva, pari, dispari, limitata, eventuali punti di massimo e minimo assoluti o relativi) esplicitando anche dominio e codominio:

- $f(x) = x + 2$ ; **biiettiva, non limitata**
- $f(x) = 2x^2 - 3$ ; **suriettiva in  $[-3, +\infty[$ , limitata inferiormente, minimo assoluto  $y = -3$ , punto di minimo assoluto in  $x = 0$**
- $f(x) = x - 8$ ; **biiettiva, non limitata**
- $f(x) = |x + 4|$ ; **suriettiva in  $\mathbb{R}^+$ , limitata inferiormente, minimo assoluto  $y = 0$ , punto di minimo assoluto in  $x = -4$**
- $f(x) = -3x^2$ ; **suriettiva in  $] -\infty, 0]$ , limitata superiormente, massimo assoluto  $y = 0$ , punto di massimo assoluto in  $x = 0$ , funzione pari**
- $f(x) = -x^2 + 4x$ ; **suriettiva in  $] -\infty, 4]$ , limitata superiormente, massimo assoluto  $y = 4$ , punto di massimo assoluto in  $x = 2$**

- $f(x) = |x^2 - 3|$ . suriettiva in  $[0, +\infty[$ , limitata inferiormente, massimo relativo  $y = 3$ , punto di massimo relativo in  $x = 0$ , minimo assoluto  $y = 0$ , punto di minimo relativo in  $x = \sqrt{3}, x = -\sqrt{3}$

**Esercizio 3.** Determinare quando è possibile  $f \circ g$  e  $g \circ f$ :

- $f(x) = x + 2, g(x) = x - 3; f \circ g = g \circ f = x - 1$
- $f(x) = 2x^2 + 1, g(x) = -x + 2; f \circ g = 2(-x + 2)^2 + 1, g \circ f = -(2x^2 + 1) + 2$
- $f(x) = \frac{1}{x}, g(x) = x^4; f \circ g$  non si può fare,  $g \circ f = \frac{1}{x^4}$
- $f(x) = \sqrt{x - 3}, g(x) = \frac{x^2}{x + 2}; f \circ g$  non si può fare,  $g \circ f = \frac{(\sqrt{x - 3})^2}{\sqrt{x - 3} + 2}$
- $f(x) = \sqrt{x}, g(x) = |x - 2|; f \circ g = \sqrt{|x - 2|}, g \circ f = |\sqrt{x} - 2|$
- $f(x) = \frac{x}{x^2 + 2}, g(x) = \sqrt[3]{x + 9}; f \circ g = \frac{\sqrt[3]{x + 9}}{(\sqrt[3]{x + 9})^2 + 2}, g \circ f = \sqrt[3]{\frac{x}{x^2 + 2} + 9}$
- $f(x) = \sqrt{x^2 - 7x + 4}, g(x) = x + 3. f \circ g$  non si può fare,  
 $g \circ f = \sqrt{x^2 - 7x + 4} + 3$

**Esercizio 4.** Determinare quando è possibile l'inversa delle seguenti funzioni:

- $f(x) = x + 4; f^{-1}(x) = x - 4$
- $f(x) = x^2 - 2; \text{non è iniettiva}$
- $f(x) = x - 1; f^{-1}(x) = x + 1$
- $f(x) = -2x^2 + 8; \text{non è iniettiva}$
- $f(x) = |x - 5| \text{ non è iniettiva.}$

#### ESERCIZI SULLE FUNZIONI ESPONENZIALI

**Esercizio 5.** Determinare il dominio delle seguenti funzioni:

- $f(x) = e^{x+4}; \mathbb{R}$
- $f(x) = e^{x^2-2}; \mathbb{R}$
- $f(x) = \frac{x-1}{2^x}; \mathbb{R}$

- $f(x) = e^{\frac{x+2}{x-3}}; x \neq 3$
- $f(x) = e^{|x+1|}; \mathbb{R}$
- $f(x) = e^{\sqrt{x^2-4}}; ]-\infty, -2] \cup [2, +\infty[$
- $f(x) = \sqrt{3^x}; \mathbb{R}$
- $f(x) = \frac{x+4}{e^{-3x+1}} \mathbb{R}.$

**Esercizio 6.** Risolvere le seguenti equazioni:

- $2^x = 8; x = 3$
- $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x} = 2^4; x = -2$
- $3^x + 9 = 0; \text{impossibile}$
- $e^x - 1 = 0; x = 0$
- $e^{2x} + 3e^x = 0; \text{impossibile}$
- $\frac{e^{x-4}}{e^{x+7}} = 0; \text{impossibile}$
- $e^{3x} + e^x = 0. \text{impossibile}$

**Esercizio 7.** Risolvere le seguenti disequazioni:

- $2^x \geq 16; x \geq 4$
- $\left(\frac{1}{3}\right)^x \geq \frac{1}{27}; x \leq 3$
- $e^x < -1; \text{impossibile}$
- $e^x \leq e^4; x \leq 4$
- $2e^x - 2 > 0; x > 0$
- $\frac{e^{x^2-9}}{3x+5} \leq 0; x < -\frac{5}{3}$

- $\left(\frac{1}{5}\right)^x \leq \frac{1}{25} \cdot x \geq 2$

ESERCIZI SULLE FUNZIONI LOGARITMICHE

**Esercizio 8.** Determinare il dominio delle seguenti funzioni:

- $f(x) = \log x - 18; x > 0$
- $f(x) = \ln(x^2 - 2); ]-\infty, -\sqrt{2}[ \cup ]\sqrt{2}, +\infty[$
- $f(x) = \frac{\ln(x-1)}{2^x}; x > 1$
- $f(x) = \ln\left(\frac{x^2 - 25}{x + 4}\right); ]-5, -4[ \cup ]5, +\infty[$
- $f(x) = \log|x + 4|; \mathbb{R} \setminus \{-4\}$
- $f(x) = \sqrt{\ln x + 7}; [e^{-7}, +\infty[$
- $f(x) = \ln(2e^x); \mathbb{R}$
- $f(x) = \frac{x + 4}{\ln(-3x + 1)} \cdot x < \frac{1}{3} \wedge x \neq 0$

**Esercizio 9.** Risolvere le seguenti equazioni:

- $5 \ln x = 0; x = 1$
- $\ln(2x) - 9 = 0; x = \frac{e^9}{2}$
- $3 \log x + 9 = 0; x = e^{-3}$
- $\ln\left(\frac{x-1}{x+4}\right) = 0; \text{impossibile}$
- $\frac{\ln x - 1}{\ln(x+4)} = 0. x = e$

**Esercizio 10.** Risolvere le seguenti disequazioni:

- $\log x \geq 10; x \geq 10^{10}$
- $\log_{\frac{1}{3}} x \geq 1; 0 < x \leq \frac{1}{3}$  (N.B: bisogna sempre tenere conto del dominio del logaritmo)

- $\ln x - 7 < -1; 0 < x < e^6$
- $\ln(x + 3) - \ln(x^2 - 27) \geq 0; ]\sqrt{27}, 6]$
- $\ln x^2 \leq 0; [-1, 0[ \cup ]0, 1]$
- $\frac{\ln(x + 12)}{3x - 6} \leq 0 \quad -11 \leq x < 2.$

ESERCIZI SULLE FUNZIONI TRIGONOMETRICHE

**Esercizio 11.** Determinare il dominio delle seguenti funzioni:

- $f(x) = \cos(x + 3); \mathbb{R}$
- $f(x) = \sin(x^2); \mathbb{R}$
- $f(x) = \tan x + 6; \mathbb{R}$
- $f(x) = \frac{\cos(x - 2)}{\sin x + 4}; \mathbb{R}$
- $f(x) = \cos\left(\frac{x}{x^2 - 3x - 4}\right); x \neq 4, x \neq -1$
- $f(x) = 3 \sin x + 4x^3; \mathbb{R}$
- $f(x) = \sqrt{\cos x}; 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \vee \frac{3\pi}{2} \leq x < 2\pi$
- $f(x) = \ln \sin x \quad 0 < x < \pi.$

**Esercizio 12.** Calcola coseno, seno, tangente e cotangente dei seguenti angoli:

$$\frac{3\pi}{4}, \frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{6}, \frac{9\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}, \frac{11\pi}{3}, \frac{12\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}, \frac{5\pi}{3}, \frac{21\pi}{4}.$$

**Esercizio 13.** Risolvere le seguenti equazioni:

- $\cos x = 6; \text{impossibile}$
- $\cos x = \frac{1}{2}; x = \frac{\pi}{3}, x = \frac{5\pi}{3}$
- $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}; x = \frac{3\pi}{4}, x = \frac{5\pi}{4}$
- $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}; x = \frac{\pi}{3}, x = \frac{2\pi}{3}$

- $\sin x = \cos x$ ;  $x = \frac{\pi}{4}, x = \frac{5\pi}{4}$
- $\sin(3x + 5) = \sin(8x^2)$ ; è equivalente a risolvere le due equazioni di secondo grado:  $3x + 5 = 8x^2$  e  $3x + 5 = \pi - 8x^2$
- $\tan x = -1$ .  $x = \frac{3\pi}{4}, x = \frac{7\pi}{4}$

**Esercizio 14.** Risolvere le seguenti disequazioni:

- $\cos x \geq \frac{1}{2}$ ;  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{3} \vee \frac{5\pi}{3} \leq x < 2\pi$
- $\sin x \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$ ;  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{4} \vee \frac{3\pi}{4} \leq x < 2\pi$
- $\cos x + 4 \leq 0$ ; impossibile
- $\cos x + 4 \geq 0$ ;  $\mathbb{R}$
- $\cos(x + \frac{\pi}{3}) \leq 0$ ;  $\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{7\pi}{6}$
- $\cos(x + \frac{5\pi}{4}) \geq 0$ ;  $\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{5\pi}{4}$
- $\sin x \cos x \geq 0$ ;  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \vee \pi \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$
- $\sin x < \cos x$ .  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{4} \vee \frac{5\pi}{4} \leq x < 2\pi$