

**Matematica ed Informatica+Fisica**  
**ESERCIZI Modulo di Matematica ed Informatica**  
Corso di Laurea in Farmacia - anno acc. 2012/2013  
docente: Giulia Giantesio, gntgli@unife.it

**Esercizi 8: Applicazioni del calcolo differenziale**

**Teorema di De l'Hôpital.** Calcolare i seguenti limiti.

**Esercizio 1.**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x + \ln x}{2x + 1}$

**Soluzione.**  $\frac{3}{2}$

**Esercizio 2.**  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$

**Soluzione.** 1

**Esercizio 3.**  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(3x + 1)}{x}$

**Soluzione.** 3

**Esercizio 4.**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2e^{2x}}{x}$

**Soluzione.**  $+\infty$

**Esercizio 5.**  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{e^x - e^2}{x - 2}$

**Soluzione.**  $e^2$

**Esercizio 6.**  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \sin x}{x + x^2}$

**Soluzione.** 2

**Esercizio 7.**  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - x}{e^x - 2 + e^{-x}}$

**Soluzione.**  $\frac{1}{2}$

**Esercizio 8.**  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^3} - 1}{1 - \cos x}$

**Soluzione.** 0

**Esercizio 9.**  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^3 x}{x^3 - x^2}$

**Soluzione.**  $-\frac{3}{2}$

**Esercizio 10.**  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos x}{x}$

**Soluzione.** 0

**Esercizio 11.**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{3x}}{x^3}$

**Soluzione.**  $+\infty$

**Esercizio 12.**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln^2 x}{2x}$

**Soluzione.** 0

**Esercizio 13.**  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln 3x}{5e^{\frac{1}{x}}}$

**Soluzione.** 0

**Esercizio 14.**  $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\ln(x-3)}{\ln(x^2-9)}$

**Soluzione.** 1

**Retta tangente al grafico di una funzione.**

**Esercizio 15.** Determina l'equazione della retta tangente al grafico di  $f(x) = -x^2 - 4x$  in  $x_0 = -3$ .

**Soluzione.**  $y = 2x + 9$ .

**Esercizio 16.** Determina l'equazione della retta tangente al grafico di  $f(x) = \sin x$  in  $x_0 = \pi$ .

**Soluzione.**  $y = -x + \pi$ .

**Esercizio 17.** Determina l'equazione della retta tangente al grafico di  $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$  in  $x_0 = -2$ .

**Soluzione.**  $y = 2x + 7$ .

**Esercizio 18.** Trova le equazioni delle tangenti al grafico di  $f(x) = (x-1)(x-3)^2$  nei punti dove incontra la retta  $y = x - 1$ .

**Soluzione.**  $y = 4x - 4$ ,  $y = -x + 3$ ,  $y = 7x - 25$ .

**Esercizio 19.** Trova le equazioni delle tangenti al grafico di  $f(x) = \frac{x^2-1}{x^2+1}$  nei punti in cui incontra gli assi cartesiani.

**Soluzione.**  $y = -x - 1$ ,  $y = -1$ ,  $y = x - 1$ .

**Esercizio 20.** Determina l'equazione della retta tangente al grafico di  $f(x) = \frac{4 - x^3}{x^2}$  parallela alla retta  $y = 7x$ .

**Soluzione.**  $y = 7x + 12$ .

### Problemi.

**Esercizio 21.** Fra tutti i rettangoli di dato periodo, che misura  $2p$ , determina quello con area massima.

**Soluzione.** Il rettangolo di base  $\frac{1}{2}p$ , ovvero un quadrato.

**Esercizio 22.** È data la parabola di equazione  $y = -x^2 + 4$ . Determiniamo su di essa un punto  $P$  interno al primo quadrante in modo che sia massima la somma delle distanze di  $P$  dagli assi cartesiani.

**Soluzione.**  $P\left(\frac{1}{2}, \frac{15}{4}\right)$ .

**Esercizio 23.** Calcola il valore di  $a$  in modo che il grafico della funzione  $y = ax^3 + 2x^2 - 1$  abbia un massimo nel punto di ascissa  $x = 2$ .

**Soluzione.**  $a = -\frac{2}{3}$ .

**Esercizio 24.** Determina per quali valori di  $a$  e  $b$  la funzione  $f(x) = ax^3 + 3x + b - 2$  ha un massimo coincidente con il minimo della funzione  $g(x) = x - \ln x$ .

**Soluzione.**  $a = -1$ ,  $b = 1$ .