

**Matematica ed Informatica+Fisica**  
**ESERCIZI Modulo di Matematica ed Informatica**  
Corso di Laurea in Farmacia - anno acc. 2012/2013  
docente: Giulia Giantesio, gntgli@unife.it

**Esercizi 11: Calcolo Integrale**

**Integrali di funzioni razionali fratte.** Calcolare i seguenti integrali, verificando i risultati indicati.

**Esercizio 1.**  $\int \frac{x-16}{x^2-2x-8} dx = 3 \ln|x+2| - 2 \ln|x-4| + c$

**Esercizio 2.**  $\int \frac{3x-4}{x^2-3x+2} dx = \ln|x-1| + 2 \ln|x-2| + c$

**Esercizio 3.**  $\int \frac{12x+27}{x^2+x-12} dx = 3 \ln|x+4| + 9 \ln|x-3| + c$

**Esercizio 4.**  $\int \frac{2x+5}{x^2-4} dx = \frac{9}{4} \ln|x-2| - \frac{1}{4} \ln|x+2| + c$

**Esercizio 5.**  $\int \frac{2x+1}{x^2+25} dx = \ln(x^2+25) + \frac{1}{5} \operatorname{arctg} \frac{x}{5} + c$

**Esercizio 6.**  $\int \frac{1}{x^2-5x+4} dx = \frac{1}{3} \ln|x-4| - \frac{1}{3} \ln|x-1| + c$

**Esercizio 7.**  $\int \frac{x^2-6x+4}{x^2+2x+4} dx = x - \ln(x^2+2x+4) + \frac{8\sqrt{3}}{3} \operatorname{arctg} \left( \frac{\sqrt{3}(x+1)}{3} \right) + c$

**Esercizio 8.**  $\int \frac{1}{4x^2+12x+9} dx = \frac{-1}{2(2x+3)} + c$

**Integrali per sostituzione.** Calcolare i seguenti integrali per sostituzione, verificando i risultati indicati (tra parentesi si trova a volte indicata la sostituzione più conveniente).

**Esercizio 1.**  $\int \frac{1}{\sqrt{x}+x\sqrt{x}} dx = 2 \operatorname{arctg} \sqrt{x} + c \quad (\sqrt{x} = t)$

**Esercizio 2.**  $\int \frac{e^{\operatorname{tg} x}}{\cos^2 x} dx = e^{\operatorname{tg} x} + c$

**Esercizio 3.**  $\int \frac{1}{1+e^x} dx = x - \ln(1+e^x) + c \quad (t = e^x)$

$$\mathbf{Esercizio 4.} \int \sin^4 x \cos^3 x dx = \frac{1}{5} \sin^5 x - \frac{1}{7} \sin^7 x + c \quad (\sin x = t)$$

$$\mathbf{Esercizio 5.} \int \frac{1}{x\sqrt{2x-1}} dx = 2 \operatorname{arctg} \sqrt{2x-1} + c$$

$$\mathbf{Esercizio 6.} \int \frac{x^2}{\sqrt[3]{2x+1}} dx = \frac{3}{64} (2x+1)^{\frac{8}{3}} - \frac{3}{20} (2x+1)^{\frac{5}{3}} + \frac{3}{16} (2x+1)^{\frac{2}{3}} + c \quad (t = \sqrt[3]{2x+1})$$

$$\mathbf{Esercizio 7.} \int \frac{1}{x(\ln^2 x + 4 \ln x + 5)} dx = \operatorname{arctg}(\ln x + 2) + c$$

**Regola di integrazione per parti.** Calcolare i seguenti integrali per parti, verificando i risultati indicati.

$$\mathbf{Esercizio 1.} \int x \cos x dx = x \sin x + \cos x + c$$

$$\mathbf{Esercizio 2.} \int x \ln x dx = \frac{1}{2} x^2 \ln x - \frac{1}{4} x^2 + c$$

$$\mathbf{Esercizio 3.} \int x^2 \ln x dx = \frac{1}{3} x^3 \ln x - \frac{1}{9} x^3 + c$$

$$\mathbf{Esercizio 4.} \int x e^x dx = x e^x - e^x + c$$

$$\mathbf{Esercizio 5.} \int x e^{-2x} dx = -\frac{1}{2} x e^{-2x} - \frac{1}{4} e^{-2x} + c$$

$$\mathbf{Esercizio 6.} \int x e^{-x} dx = -e^{-x}(x+1) + c$$

$$\mathbf{Esercizio 7.} \int x^3 e^x dx = e^x(x^3 - 3x^2 + 6x - 6) + c$$

$$\mathbf{Esercizio 8.} \int x^2 \cos x dx = x^2 \sin x + 2x \cos x - 2 \sin x + c$$

$$\mathbf{Esercizio 9.} \int x^2 \sin x dx = -x^2 \cos x + 2x \sin x + 2 \cos x + c$$

$$\mathbf{Esercizio 10.} \int \cos^2 x dx = \frac{1}{2} \sin x \cos x + \frac{1}{2} x + c$$

$$\mathbf{Esercizio 11.} \int x \operatorname{arctg} x dx = \frac{1}{2} x^2 \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2} x + \frac{1}{2} \operatorname{arctg} x + c$$

$$\mathbf{Esercizio 12.} \int e^x \sin x \, dx = \frac{1}{2} e^x (\sin x - \cos x) + c$$

$$\mathbf{Esercizio 13.} \int e^x \cos x \, dx = \frac{1}{2} e^x (\sin x + \cos x) + c$$

$$\mathbf{Esercizio 14.} \int e^{2x} \cos x \, dx = \frac{1}{5} e^{2x} (\sin x + 2 \cos x) + c$$

**Integrali definiti.** Calcolare i seguenti integrali definiti, verificando i risultati indicati.

$$\mathbf{Esercizio 1.} \int_{-1}^1 (x^2 + 4) \, dx = \frac{26}{3}$$

$$\mathbf{Esercizio 2.} \int_{-2}^2 (x^3 + 2x) \, dx = 0$$

$$\mathbf{Esercizio 3.} \int_0^2 e^{x+2} \, dx = e^4 - e^2$$

$$\mathbf{Esercizio 4.} \int_{-1}^0 \sqrt[5]{x} \, dx = -\frac{5}{6}$$

$$\mathbf{Esercizio 5.} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \sin x \, dx = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\mathbf{Esercizio 6.} \int_0^2 (x^2 - 3x + 1) \, dx = -\frac{4}{3}$$

$$\mathbf{Esercizio 7.} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} (x + 4) \cos x \, dx = -5 - \frac{\pi}{2}$$

$$\mathbf{Esercizio 8.} \int_0^{\frac{\pi}{3}} (x - 1) \sin x \, dx = -\frac{1}{2} - \frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\mathbf{Esercizio 9.} \int_0^{\pi/6} (x + 2) \sin x \, dx = -\frac{\sqrt{3}}{12} \pi - \sqrt{3} + \frac{5}{2}$$

$$\mathbf{Esercizio 10.} \int_0^{\pi/6} (x - 6) \cos x \, dx = \frac{\pi}{12} - 4 + \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\mathbf{Esercizio 11.} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x + 3) \sin x \, dx = 4$$

$$\mathbf{Esercizio 12.} \int_0^1 \ln(1 + x^2) \, dx = \ln 2 - 2 + \frac{\pi}{2}$$

$$\mathbf{Esercizio 13.} \int_{-1}^0 x e^{-3x} dx = -\frac{1}{9} - \frac{2}{9} e^3$$

$$\mathbf{Esercizio 14.} \int_0^2 x e^{4x} dx = \frac{1}{16} + \frac{7}{16} e^8$$

$$\mathbf{Esercizio 15.} \int_{-4}^1 \ln(x+5) dx = 6 \ln 6 - 5$$

$$\mathbf{Esercizio 16.} \int_3^5 \ln(x-2) dx = -2 + 3 \ln 3$$

$$\mathbf{Esercizio 17.} \int_5^7 \ln(x-4) dx = 3 \ln 3 - 2$$

$$\mathbf{Esercizio 18.} \int_6^9 \ln(x-5) dx = 4 \ln 4 - 3$$

$$\mathbf{Esercizio 19.} \int_{-5}^1 \ln(x+6) dx = 7 \ln 7 - 6$$

$$\mathbf{Esercizio 20.} \int_1^2 \ln(2x-1) dx = \left[ x \ln(2x-1) - x - \frac{1}{2} \ln(2x-1) \right]_{x=1}^{x=2} = \frac{3}{2} \ln 3 - 1$$

$$\mathbf{Esercizio 21.} \int_2^3 \frac{2x-1}{x^2-9x+20} dx = 16 \ln 2 - 9 \ln 3$$

$$\mathbf{Esercizio 22.} \int_{-1}^0 \frac{x-3}{x^2+x-2} dx = \frac{7}{3} \ln 2$$

$$\mathbf{Esercizio 23.} \int_{-2}^5 \frac{3x-2}{x^2-3x-18} dx = -\frac{5}{3} \ln 2$$

$$\mathbf{Esercizio 24.} \int_1^6 \frac{x-4}{x^2-7x} dx = \frac{1}{7} \ln 6$$

$$\mathbf{Esercizio 25.} \int \frac{3x-2}{x^2-4x+4} dx = 3 \ln|x-2| - \frac{4}{x-2} + c$$

$$\mathbf{Esercizio 26.} \int \frac{2x+3}{x^2+6x+9} dx = 2 \ln|x+3| + \frac{3}{x+3} + c$$

$$\mathbf{Esercizio 27.} \int_{-4}^{-2} \frac{2x-1}{x^2+10x+25} dx = 2 \ln 3 - \frac{22}{3}$$

$$\mathbf{Esercizio 28.} \int_5^8 \frac{x-1}{x^2-8x+16} dx = \ln 4 + \frac{9}{4}$$

**Esercizio 29.**  $\int \frac{2x+1}{x^2+9} dx = \ln(x^2+9) + \frac{1}{3} \operatorname{arctg}\left(\frac{x}{3}\right) + c$

**Esercizio 30.**  $\int_0^{\sqrt{2}} \frac{2x-3}{x^2+2} dx = \ln 2 - \frac{3}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\pi}{4}$

**Integrali generalizzati.** Calcolare i seguenti integrali generalizzati, verificando i risultati indicati.

**Esercizio 1.**  $\int_3^{+\infty} \frac{x}{x^2+1} dx$  diverge

**Esercizio 2.**  $\int_1^{+\infty} \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$  indeterminato

**Esercizio 3.**  $\int_{-\infty}^{-3} \frac{1}{x^2-x-6} dx = \frac{1}{5} \ln 6$

**Esercizio 4.**  $\int_0^1 (x \ln x + x) dx = \frac{1}{4}$

**Esercizio 5.**  $\int_0^1 \frac{x-1}{\sqrt{x-1}} dx = \frac{5}{3}$

**Esercizio 6.**  $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\sqrt[3]{\cos^2 x}} dx = 3\sqrt[6]{\frac{1}{2}}$

**Esercizio 7.**  $\int_1^4 \frac{1}{x-1} dx$  diverge