

# PROVA SCRITTA DI MATEMATICA

Corso di Laurea in CTF

24 giugno 2014

1. [punti 11] Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{x^2 - 2x}{x + 1}$$

fino alla derivata seconda e tracciarne il grafico. Indicare gli eventuali punti di minimo, di massimo (sono relativi o assoluti?) e di flesso.

2. [punti 7]

a) Calcolare  $\int_0^1 \frac{2x}{x+5} dx$ ;

b) fornire un esempio di integrale indefinito, definito e generalizzato di  $f(x) = \frac{2x}{x+5}$  (per questo punto si spieghi la differenza tra i tre integrali).

3. [punti 7] Si hanno due urne. La prima contiene 3 palline bianche e 7 rosse. La seconda ne contiene 5 bianche e 5 rosse. Si estrae una pallina dalla prima urna e la si inserisce nella seconda. Si estrae poi una pallina dalla seconda urna. Calcolare la probabilità che le palline siano:

- a) entrambe bianche;
- b) bianca dalla prima urna e rossa dalla seconda;
- c) una bianca e una rossa.

Considerati gli eventi  $B_1$  = "estraggo una pallina bianca dalla prima urna" e  $B_2$  = "estraggo una pallina bianca dalla seconda urna", essi sono

- d) indipendenti?
- e) incompatibili?

Dopo aver risposto esaurientemente alle due domande precedenti, spiegare la differenza tra eventi indipendenti e incompatibili.

4. [punti 3] Il numero medio di battiti cardiaci al minuto  $X$  per una certa popolazione è una variabile casuale normalmente distribuita con  $\sigma = 5$ . Si estrae un campione casuale di  $n = 100$  soggetti. Dal campionamento si ottiene il valore medio  $\bar{x} = 93$ . Trovare gli intervalli di confidenza al 95% e al 99% per la media  $\mu$  di  $X$ .

5. [punti 5] Determinare, se è possibile, il massimo e minimo assoluto delle seguenti funzioni nell'intervallo indicato a fianco:

a)  $f(x) = \sin(x)$  in  $\left[\frac{\pi}{3}, \frac{3\pi}{4}\right]$ ;

b)  $f(x) = \sqrt{x+2}$  in  $[0, 1]$ .

Enunciare il teorema che assicura l'esistenza dei punti precedenti.