

PROVA SCRITTA DI MATEMATICA

Corso di Laurea in CTF

12 giugno 2014

1. [punti 11] Studiare la funzione

$$f(x) = (x - 2)e^{4-x}$$

fino alla derivata seconda e tracciarne il grafico. Indicare gli eventuali punti di minimo, di massimo (sono relativi o assoluti?) e di flesso.

2. [punti 7] Sia $f(x) = \ln x^3 + 1$,

a) determinare la primitiva di $f(x)$ che in $x = 1$ vale 2.

b) fornire un esempio di integrale indefinito, definito e generalizzato di $f(x)$ (per questo punto si spieghi la differenza tra i tre integrali).

3. [punti 7] I dati della seguente tabella mostrano il numero di colonie di batteri presenti su campioni di pelle prima (x) e dopo (y) l'utilizzo di un certo disinfettante.

x	y
12	9
16	12
28	14
30	15
45	24

a) Rappresentare i dati nel diagramma di dispersione;

b) calcolare il coefficiente di correlazione r e commentare il risultato;

c) determinare l'equazione della retta dei minimi quadrati;

d) quante colonie di batteri dobbiamo aspettarci DOPO l'applicazione del disinfettante se prima ne avevamo 26?

e) quante colonie di batteri dovrebbero esserci PRIMA dell'applicazione del disinfettante se dopo ce ne sono 11?

4. [punti 3] Il numero medio di battiti cardiaci al minuto X per una certa popolazione è una variabile casuale normalmente distribuita con $\sigma = 5$. Si estrae un campione casuale di $n = 100$ soggetti. Dal campionamento si ottiene il valore medio $\bar{x} = 93$. Trovare gli intervalli di confidenza al 95% e al 99% per la media μ di X .

5. [punti 5] Motivare le risposte alle seguenti domande:

a) Sappiamo che $f''(x) > 0$ in $] -\infty, 1[$, $f''(x) < 0$ in $]1, +\infty[$ e $f''(1) = 0$; cosa possiamo dire su $f(x)$ e $f'(x)$?

b) Se conosciamo il grafico di $g'(x)$, possiamo tracciare esattamente il grafico di $g(x)$?