

# PROVA SCRITTA DI MATEMATICA

Corso di Laurea in CTF

8 luglio 2014

1. [punti 11] Studiare la funzione

$$f(x) = \sqrt{\frac{1-x}{x+1}}$$

fino alla derivata seconda e tracciarne il grafico. Indicare gli eventuali punti di minimo, di massimo (sono relativi o assoluti?) e di flesso.

2. [punti 7]

a) Calcolare  $\int_0^1 x e^x dx$ ;

b) fornire un esempio di integrale indefinito, definito e generalizzato di  $f(x) = x e^x$  (per questo punto si spieghi la differenza tra i tre integrali).

3. [punti 7] I dispositivi medici, al pari dei farmaci, prima di essere immessi in commercio devono poter dimostrare la loro sicurezza e la loro efficacia nel campo di azione previsto mediante studi clinici svolti presso strutture idonee ed autorizzate allo scopo.

Si effettua uno studio su un dispositivo medico prodotto da un'azienda farmaceutica grazie a tre stabilimenti (A, B e C). Lo stabilimento A produce la metà della produzione totale, quello B il 20% e quello C il rimanente. Gli stabilimenti A, B e C producono dispositivi insicuri nelle percentuali del 2%, del 5% e del 3% rispettivamente.

- Determinare la probabilità che un dispositivo medico prodotto dall'azienda farmaceutica sia insicuro.
- Sapendo che un dispositivo medico è insicuro, con quale probabilità esso proviene dallo stabilimento C?
- Sapendo che un dispositivo medico è sicuro, con quale probabilità esso proviene dallo stabilimento B?

4. [punti 3] Il numero medio di battiti cardiaci al minuto  $X$  per una certa popolazione è una variabile casuale normalmente distribuita con  $\sigma = 3$ . Si estrae un campione casuale di  $n = 100$  soggetti. Dal campionamento si ottiene il valore medio  $\bar{x} = 91$ . Trovare gli intervalli di confidenza al 95% e al 99% per la media  $\mu$  di  $X$ .

5. [punti 5] Motivare le risposte alle seguenti domande:

- Sappiamo che  $f''(x) < 0$  in  $] -\infty, 3[$ ,  $f''(x) > 0$  in  $]3, +\infty[$  e  $f''(3) = 0$ ; cosa possiamo dire su  $f(x)$  e  $f'(x)$ ?
- Se conosciamo il grafico di  $g'(x)$ , possiamo tracciare esattamente il grafico di  $g(x)$ ?