

PROVA SCRITTA DI MATEMATICA

Corso di Laurea in Farmacia (Studenti A-L)

Corso di Laurea in CTF

18 febbraio 2014

1. [punti 11] Studiare la funzione

$$f(x) = x \ln^3(x)$$

fino alla derivata seconda e tracciarne il grafico. Indicare gli eventuali punti di minimo, di massimo (sono relativi o assoluti?) e di flesso.

2. [punti 6] Sia $f(x) = \frac{x}{2x+1}$,

- determinare l'area che il grafico di $f(x)$ forma con l'asse delle ascisse nell'intervallo $[0, 1]$;
- fornire un esempio di integrale indefinito, definito e generalizzato di $f(x)$ (per questo punto si spieghi la differenza tra i tre integrali).

3. [punti 6] Il peso di certe confezioni alimentari prodotte in modo automatico è una variabile aleatoria normale X con $\mu = 200$ g e $\sigma = 2$ g. Calcolare la probabilità che una confezione:

- pesi meno di 196 g;
- pesi più di 200 g;
- abbia un peso tra 198 g e 202 g.

4. [punti 7] Si hanno due urne. La prima contiene 10 palline bianche e 5 rosse. La seconda ne contiene 4 bianche e 9 rosse. Si estrae una pallina dalla prima urna e la si inserisce nella seconda. Si estrae poi una pallina dalla seconda urna. Calcolare la probabilità che le palline siano:

- entrambe bianche;
- bianca dalla prima urna e rossa dalla seconda;
- una bianca e una rossa.

Considerati gli eventi B_1 = "estraggo una pallina bianca dalla prima urna" e B_2 = "estraggo una pallina bianca dalla seconda urna", essi sono

- indipendenti?
- incompatibili?

Dopo aver risposto esaurientemente alle due domande precedenti, spiegare la differenza tra eventi indipendenti e incompatibili.

5. [punti 3] Motivare le risposte alle seguenti domande:

- Quali sono le ipotesi del teorema di Fermat?
- Se conosciamo il grafico di $f'(x)$, possiamo tracciare esattamente il grafico di $f(x)$?