

Matematica ed Informatica+Fisica
ESERCIZI Modulo di Matematica ed Informatica
Corso di Laurea in CTF - anno acc. 2013/2014
docente: Giulia Giantesio, gntgli@unife.it

Esercizi 9: Applicazioni del calcolo differenziale

Teorema di De l'Hôpital. Calcolare i seguenti limiti.

Esercizio 1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x + \ln x}{2x + 1}$

Soluzione. $\frac{3}{2}$

Esercizio 2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$

Soluzione. 1

Esercizio 3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(3x + 1)}{x}$

Soluzione. 3

Esercizio 4. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2e^{2x}}{x}$

Soluzione. $+\infty$

Esercizio 5. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{e^x - e^2}{x - 2}$

Soluzione. e^2

Esercizio 6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \sin x}{x + x^2}$

Soluzione. 2

Esercizio 7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - x}{e^x - 2 + e^{-x}}$

Soluzione. $\frac{1}{2}$

Esercizio 8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^3} - 1}{1 - \cos x}$

Soluzione. 0

Esercizio 9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^3 x}{x^3 - x^2}$

Soluzione. $-\frac{3}{2}$

Esercizio 10. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos x}{x}$

Soluzione. 0

Esercizio 11. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{3x}}{x^3}$

Soluzione. $+\infty$

Esercizio 12. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln^2 x}{2x}$

Soluzione. 0

Esercizio 13. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln 3x}{5e^{\frac{1}{x}}}$

Soluzione. 0

Esercizio 14. $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\ln(x-3)}{\ln(x^2-9)}$

Soluzione. 1

Retta tangente al grafico di una funzione.

Esercizio 15. Determina l'equazione della retta tangente al grafico di $f(x) = -x^2 - 4x$ in $x_0 = -3$.

Soluzione. $y = 2x + 9$.

Esercizio 16. Determina l'equazione della retta tangente al grafico di $f(x) = \sin x$ in $x_0 = \pi$.

Soluzione. $y = -x + \pi$.

Esercizio 17. Determina l'equazione della retta tangente al grafico di $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ in $x_0 = -2$.

Soluzione. $y = 2x + 7$.

Esercizio 18. Trova le equazioni delle tangenti al grafico di $f(x) = (x-1)(x-3)^2$ nei punti dove incontra la retta $y = x - 1$.

Soluzione. $y = 4x - 4$, $y = -x + 3$, $y = 7x - 25$.

Esercizio 19. Trova le equazioni delle tangenti al grafico di $f(x) = \frac{x^2-1}{x^2+1}$ nei punti in cui incontra gli assi cartesiani.

Soluzione. $y = -x - 1$, $y = -1$, $y = x - 1$.

Esercizio 20. Determina l'equazione della retta tangente al grafico di $f(x) = \frac{4 - x^3}{x^2}$ parallela alla retta $y = 7x$.

Soluzione. $y = 7x + 12$.

Problemi.

Esercizio 21. Fra tutti i rettangoli di dato periodo, che misura $2p$, determina quello con area massima.

Soluzione. Il rettangolo di base $\frac{1}{2}p$, ovvero un quadrato.

Esercizio 22. È data la parabola di equazione $y = -x^2 + 4$. Determiniamo su di essa un punto P interno al primo quadrante in modo che sia massima la somma delle distanze di P dagli assi cartesiani.

Soluzione. $P\left(\frac{1}{2}, \frac{15}{4}\right)$.

Esercizio 23. Calcola il valore di a in modo che il grafico della funzione $y = ax^3 + 2x^2 - 1$ abbia un massimo nel punto di ascissa $x = 2$.

Soluzione. $a = -\frac{2}{3}$.

Esercizio 24. Determina per quali valori di a e b la funzione $f(x) = ax^3 + 3x + b - 2$ ha un massimo coincidente con il minimo della funzione $g(x) = x - \ln x$.

Soluzione. $a = -1$, $b = 1$.