

Matematica ed Informatica+Fisica
ESERCIZI Modulo di Matematica ed Informatica

Corso di Laurea in CTF - anno acc. 2013/2014

docente: Giulia Giantesio, gntgli@unife.it

ESERCIZI SULLE FUNZIONI

Esercizio 1. Determinare il dominio delle seguenti funzioni:

- $f(x) = x + 2; R : \mathbb{R}$
- $f(x) = x^3 + 2x^2 - 3; R : \mathbb{R}$
- $f(x) = \frac{x}{x+1}; R : x \neq -1$
- $f(x) = \sqrt{x-3}; R : [3, +\infty[$
- $f(x) = \sqrt{\frac{x}{x^2-1}}; R :]-1, 0] \cup]1, +\infty[$
- $f(x) = \frac{\sqrt{x-4}}{x^3}; R : [4, +\infty[$
- $f(x) = \sqrt[3]{x^2-3x}. R : \mathbb{R}$

Esercizio 2. Determinare il carattere delle seguenti funzioni (iniettiva, suriettiva, pari, dispari, limitata, eventuali punti di massimo e minimo assoluti o relativi) esplicitando anche dominio e codominio:

- $f(x) = x + 2; R :$ biiettiva, non limitata
- $f(x) = 2x^2 - 3; R :$ suriettiva in $[-3, +\infty[$, limitata inferiormente, minimo assoluto $y = -3$, punto di minimo assoluto in $x = 0$
- $f(x) = x - 8; R :$ biiettiva, non limitata
- $f(x) = |x+4|; R :$ suriettiva in \mathbb{R}^+ , limitata inferiormente, minimo assoluto $y = 0$, punto di minimo assoluto in $x = -4$
- $f(x) = -3x^2; R :$ suriettiva in $] - \infty, 0]$, limitata superiormente, massimo assoluto $y = 0$, punto di massimo assoluto in $x = 0$, funzione pari
- $f(x) = -x^2 + 4x; R :$ suriettiva in $] - \infty, 4]$, limitata superiormente, massimo assoluto $y = 4$, punto di massimo assoluto in $x = 2$

- $f(x) = |x^2 - 3|$. R : suriettiva in $[0, +\infty[$, limitata inferiormente, massimo relativo $y = 3$, punto di massimo relativo in $x = 0$, minimo assoluto $y = 0$, punto di minimo relativo in $x = \sqrt{3}, x = -\sqrt{3}$

Esercizio 3. Determinare quando è possibile $f \circ g$ e $g \circ f$:

- $f(x) = x + 2, g(x) = x - 3; R: f \circ g = g \circ f = x - 1$
- $f(x) = 2x^2 + 1, g(x) = -x + 2; R: f \circ g = 2(-x + 2)^2 + 1, g \circ f = -(2x^2 + 1) + 2$
- $f(x) = \frac{1}{x}, g(x) = x^4; R: f \circ g$ non si può fare, $g \circ f = \frac{1}{x^4}$
- $f(x) = \sqrt{x - 3}, g(x) = \frac{x^2}{x + 2}; R: f \circ g$ non si può fare, $g \circ f = \frac{(\sqrt{x - 3})^2}{\sqrt{x - 3} + 2}$
- $f(x) = \sqrt{x}, g(x) = |x - 2|; R: f \circ g = \sqrt{|x - 2|}, g \circ f = |\sqrt{x} - 2|$
- $f(x) = \frac{x}{x^2 + 2}, g(x) = \sqrt[3]{x + 9}; R: f \circ g = \frac{\sqrt[3]{x + 9}}{(\sqrt[3]{x + 9})^2 + 2}, g \circ f = \sqrt[3]{\frac{x}{x^2 + 2} + 9}$
- $f(x) = \sqrt{x^2 - 7x + 4}, g(x) = x + 3. R: f \circ g$ non si può fare, $g \circ f = \sqrt{x^2 - 7x + 4} + 3$

Esercizio 4. Determinare quando è possibile l'inversa delle seguenti funzioni:

- $f(x) = x + 4; R: f^{-1}(x) = x - 4$
- $f(x) = x^2 - 2; R: \text{non è iniettiva}$
- $f(x) = x - 1; R: f^{-1}(x) = x + 1$
- $f(x) = -2x^2 + 8; R: \text{non è iniettiva}$
- $f(x) = |x - 5| R: \text{non è iniettiva.}$

ESERCIZI SULLE FUNZIONI ESPONENZIALI

Esercizio 5. Determinare il dominio delle seguenti funzioni:

- $f(x) = e^{x+4}; R: \mathbb{R}$
- $f(x) = e^{x^2-2}; R: \mathbb{R}$

- $f(x) = \frac{x-1}{2^x}; R: \mathbb{R}$
- $f(x) = e^{\frac{x+2}{x-3}}; R: x \neq 3$
- $f(x) = e^{|x+1|}; R: \mathbb{R}$
- $f(x) = e^{\sqrt{x^2-4}}; R:]-\infty, -2] \cup [2, +\infty[$
- $f(x) = \sqrt{3^x}; R: \mathbb{R}$
- $f(x) = \frac{x+4}{e^{-3x+1}}; R: \mathbb{R}$.

Esercizio 6. Risolvere le seguenti equazioni:

- $2^x = 8; R: x = 3$
- $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x} = 2^4; R: x = -2$
- $3^x + 9 = 0; R: \text{impossibile}$
- $e^x - 1 = 0; R: x = 0$
- $e^{2x} + 3e^x = 0; R: \text{impossibile}$
- $\frac{e^{x-4}}{e^{x+7}} = 0; R: \text{impossibile}$
- $e^{3x} + e^x = 0. R: \text{impossibile}$

Esercizio 7. Risolvere le seguenti disequazioni:

- $2^x \geq 16; R: x \geq 4$
- $\left(\frac{1}{3}\right)^x \geq \frac{1}{27}; R: x \leq 3$
- $e^x < -1; R: \text{impossibile}$
- $e^x \leq e^4; R: x \leq 4$
- $2e^x - 2 > 0; R: x > 0$

- $\frac{e^{x^2-9}}{3x+5} \leq 0; R: x < -\frac{5}{3}$
- $\left(\frac{1}{5}\right)^x \leq \frac{1}{25}. R: x \geq 2$

ESERCIZI SULLE FUNZIONI LOGARITMICHE

Esercizio 8. Determinare il dominio delle seguenti funzioni:

- $f(x) = \log x - 18; R: x > 0$
- $f(x) = \ln(x^2 - 2); R:] - \infty, -\sqrt{2}[\cup]\sqrt{2}, +\infty[$
- $f(x) = \frac{\ln(x-1)}{2^x}; R: x > 1$
- $f(x) = \ln\left(\frac{x^2-25}{x+4}\right); R:] - 5, -4[\cup]5, +\infty[$
- $f(x) = \log|x+4|; R: \mathbb{R} \setminus \{-4\}$
- $f(x) = \sqrt{\ln x + 7}; R: [e^{-7}, +\infty[$
- $f(x) = \ln(2e^x); R: \mathbb{R}$
- $f(x) = \frac{x+4}{\ln(-3x+1)}. R: x < \frac{1}{3} \wedge x \neq 0$

Esercizio 9. Risolvere le seguenti equazioni:

- $5 \ln x = 0; R: x = 1$
- $\ln(2x) - 9 = 0; R: x = \frac{e^9}{2}$
- $3 \log x + 9 = 0; R: x = e^{-3}$
- $\ln\left(\frac{x-1}{x+4}\right) = 0; R: \text{impossibile}$
- $\frac{\ln x - 1}{\ln(x+4)} = 0. R: x = e$

Esercizio 10. Risolvere le seguenti disequazioni:

- $\log x \geq 10; R: x \geq 10^{10}$

- $\log_{\frac{1}{3}} x \geq 1$; R : $0 < x \leq \frac{1}{3}$ (N.B: bisogna sempre tenere conto del dominio del logaritmo)
- $\ln x - 7 < -1$; R : $0 < x < e^6$
- $\ln(x+3) - \ln(x^2 - 27) \geq 0$; R : $]\sqrt{27}, 6]$
- $\ln x^2 \leq 0$; R : $[-1, 0[\cup]0, 1]$
- $\frac{\ln(x+12)}{3x-6} \leq 0$ R : $-11 \leq x < 2$.

ESERCIZI SULLE FUNZIONI TRIGONOMETRICHE

Esercizio 11. Determinare il dominio delle seguenti funzioni:

- $f(x) = \cos(x+3)$; R : \mathbb{R}
- $f(x) = \sin(x^2)$; R : \mathbb{R}
- $f(x) = \tan x + 6$; R : $\mathbb{R} \setminus \{\frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$
- $f(x) = \frac{\cos(x-2)}{\sin x + 4}$; R : \mathbb{R}
- $f(x) = \cos\left(\frac{x}{x^2 - 3x - 4}\right)$; R : $x \neq 4, x \neq -1$
- $f(x) = 3\sin x + 4x^3$; R : \mathbb{R}
- $f(x) = \sqrt{\cos x}$; R : $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \vee \frac{3\pi}{2} \leq x < 2\pi$
- $f(x) = \ln \sin x$ R : $0 < x < \pi$.

Esercizio 12. Calcola coseno, seno, tangente e cotangente dei seguenti angoli:

$$\frac{3\pi}{4}, \frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{6}, \frac{9\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}, \frac{11\pi}{3}, \frac{12\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}, \frac{5\pi}{3}, \frac{21\pi}{4}.$$

Esercizio 13. Risolvere le seguenti equazioni:

- $\cos x = 6$; R : impossibile
- $\cos x = \frac{1}{2}$; R : $x = \frac{\pi}{3}, x = \frac{5\pi}{3}$
- $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$; R : $x = \frac{3\pi}{4}, x = \frac{5\pi}{4}$

- $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $R: x = \frac{\pi}{3}, x = \frac{2\pi}{3}$
- $\sin x = \cos x$; $R: x = \frac{\pi}{4}, x = \frac{5\pi}{4}$
- $\sin(3x + 5) = \sin(8x^2)$; $R: \text{ è equivalente a risolvere le due equazioni di secondo grado: } 3x + 5 = 8x^2 \text{ e } 3x + 5 = \pi - 8x^2$
- $\tan x = -1$. $R: x = \frac{3\pi}{4}, x = \frac{7\pi}{4}$

Esercizio 14. Risolvere le seguenti disequazioni:

- $\cos x \geq \frac{1}{2}$; $R: 0 \leq x \leq \frac{\pi}{3} \vee \frac{5\pi}{3} \leq x < 2\pi$
- $\sin x \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$; $R: 0 \leq x \leq \frac{\pi}{4} \vee \frac{3\pi}{4} \leq x < 2\pi$
- $\cos x + 4 \leq 0$; $R: \text{ impossibile}$
- $\cos x + 4 \geq 0$; $R: \mathbb{R}$
- $\cos(x + \frac{\pi}{3}) \leq 0$; $R: \frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{7\pi}{6}$
- $\cos(x + \frac{5\pi}{4}) \geq 0$; $R: \frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{5\pi}{4}$
- $\sin x \cos x \geq 0$; $R: 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \vee \pi \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$
- $\sin x < \cos x$. $R: 0 < x < \frac{\pi}{4} \vee \frac{5\pi}{4} < x < 2\pi$

ALTRI ESERCIZI

Esercizio 15. Dire se $f(x) = \frac{1}{x^2 - 3}$, $g(x) = \frac{1}{x^3 + 4}$ sono funzioni pari o dispari.

Esercizio 16. È data la funzione

$$f(x) = \frac{1}{1 + x^2}.$$

Determinare il dominio e stabilire se è limitata.

Esercizio 17. Disegnare il grafico di

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 6, & x \leq -1 \\ x^2 - 2x + 1, & x > -1. \end{cases}$$

Esercizio 18. Disegnare il grafico di $f(x) = |x + 3| - 5$.

Esercizio 19. Data la funzione $y = f(x) = x|x|$, tracciarne il grafico. Provare che è invertibile e trovarne l'inversa.

Esercizio 20. Dopo aver disegnato il grafico di $f(x) = x^2 + x - 3$, dire qual è il dominio della funzione inversa.

Esercizio 21. A partire dal grafico della funzione $y = \log x$, tracciare un grafico qualitativo della funzione $y = f(x) = |\log x| + 3$.

Esercizio 22. Disegnare il grafico di

$$f(x) = \begin{cases} e^x, & x \leq 0 \\ -x + 1, & 0 < x \leq 1, \\ \log x, & x > 1 \end{cases}$$

e determinare i punti di massimo e di minimo.

Esercizio 23. Disegnare il grafico e determinare la periodicità delle funzioni $\cos(\frac{x}{2})$, $\sin(4x)$, $\tan(x) + 2$.