Laurea in "Filosofia" a.a. 2008-2009

ALFABETIZZAZIONE INFORMATICA

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

"Dio non gioca a dadi con l'Universo."
(René Descartes, Cartesio "Discorso sul metodo")

Giorgio Poletti
giorgio.poletti@unife.it – http://docente.unife.it/giorgio.poletti

Teoria dei Grafi

Problemi di Cammino Minimo - Algoritmo di Dijkstra

Anche la scelta degli esami da sostenere all'università...

Contesti di applicazione: ottimizzare la realizzazione della rete idrica, collegamento, meno dispendioso, in termini di potenza dissipata, per realizzare un circuito elettrico.

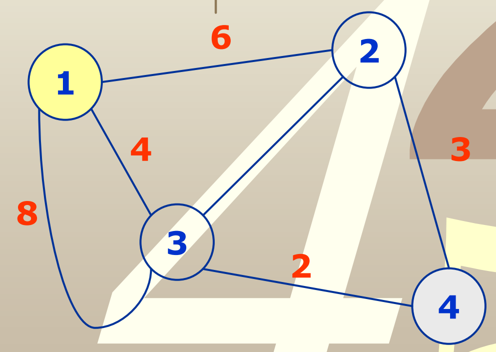
Premesse e notazioni

- Grafo con n nodi distinti
- Nodi numerati (1 partenza, n arrivo)
- Archi "pesati" e indicato p(j,k)
- etichetta f(i) peso del cammino per giungere al nodo i
- etichetta J(i) nodo che precede il nodo i nel cammino minimo
- S insieme dei nodi etichettati
- T l'insieme dei nodi non etichettati

Trovare il percorso minimo tra due punti considerati rispettivamente partenza e arrivo... il più breve, il più rapido, il più economico…

Esempi

S={1}, T={2,3,4}
p(1,2) = 6
f(3)=4
J(3)=1

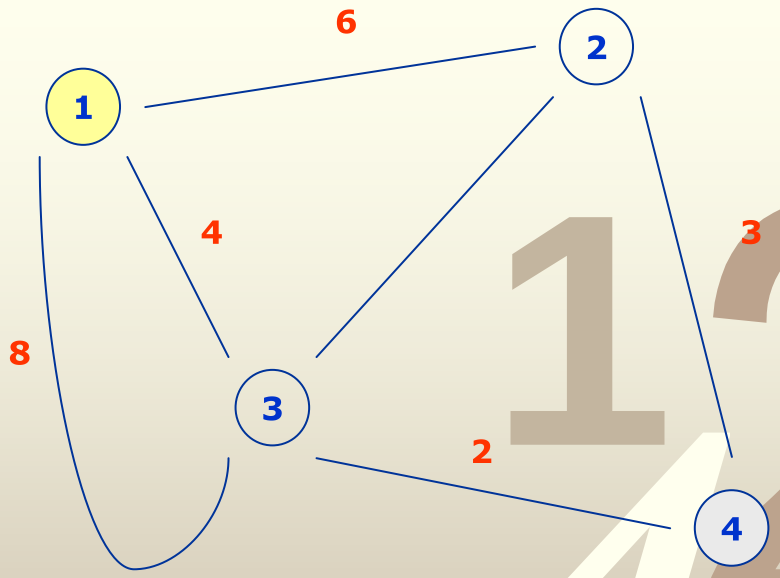


Teoria dei Grafi

Problemi di Cammino Minimo - Algoritmo di Dijkstra

0011

Descrizione Algoritmica
(in figura il grafo di riferimento)



Inizializzazione
- S={1}, T={2,3,4}, f(1)=0, J(1)=0
- f(i)=p(1,i), J(i)=1 per tutti i nodi adiacenti a 1
- f(i) = ∞ (*infinito*) per tutti gli altri nodi

Assegnazione di etichetta permanente
- Se f(i)= ∞ , per ogni i in T ⇒ **STOP**
- Si trova j per cui f(j) = min f(i) di tutti gli i in T
- T=T-{j} e S=S∪{j}
- Se T=∅ **STOP**

Assegnazione di etichetta provvisoria
- Per ogni i in T, adiacente a j per cui f(i)>f(j)+p(i,j)
    - f(i) = f(j)+p(i,j)
    - J(i) = j

•Si torna alla procedura **“Assegnazione di etichetta permanente”**

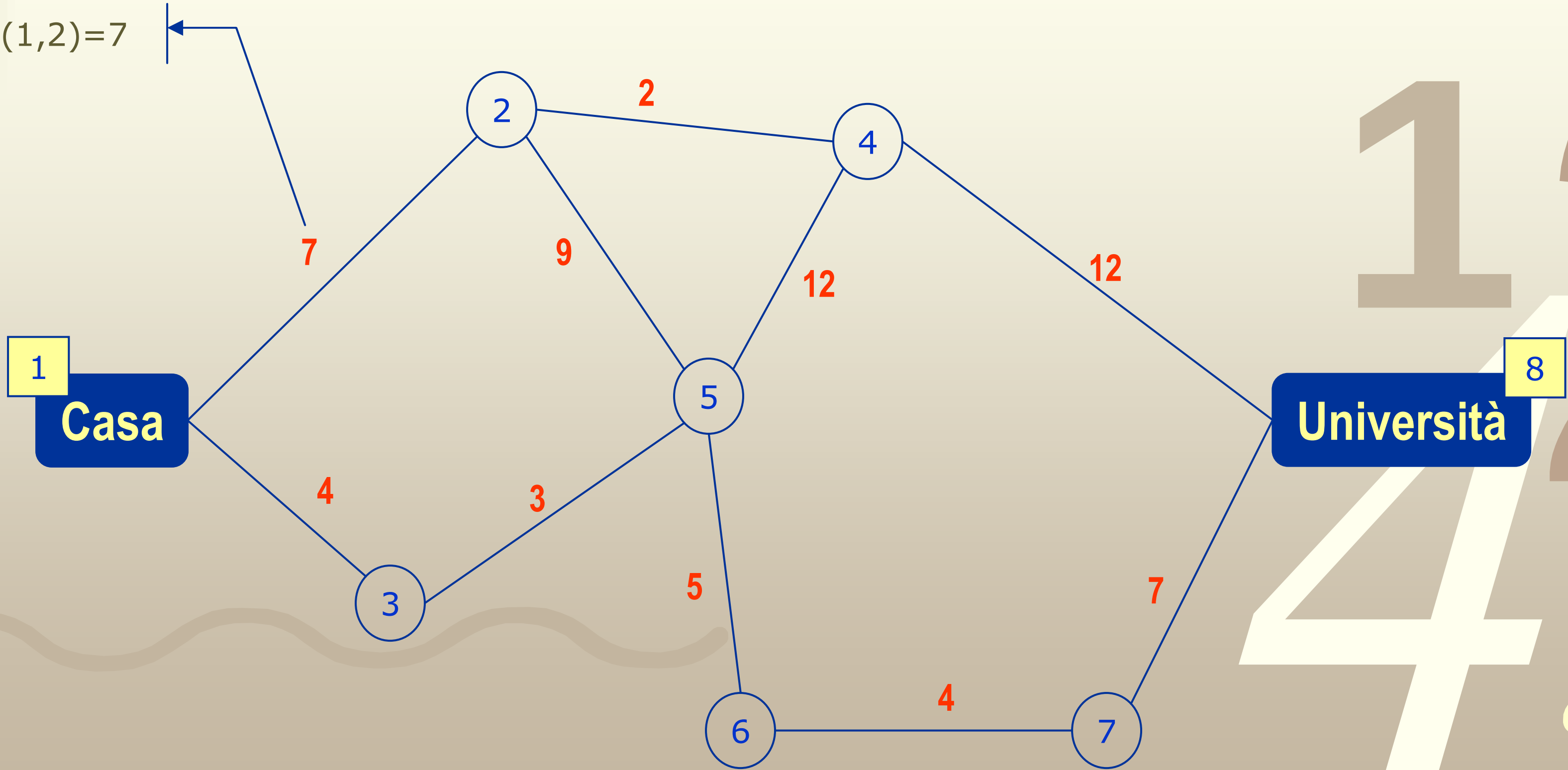
Teoria dei Grafi

Problemi di Cammino Minimo - Algoritmo di Dijkstra

0011 Descrizione dell'algoritmo in relazione al problema SP Casa-Università

Potenziale

p(1,2)=7



Grafo schema del problema

Teoria dei Grafi

Problemi di Cammino Minimo - Algoritmo di Dijkstra

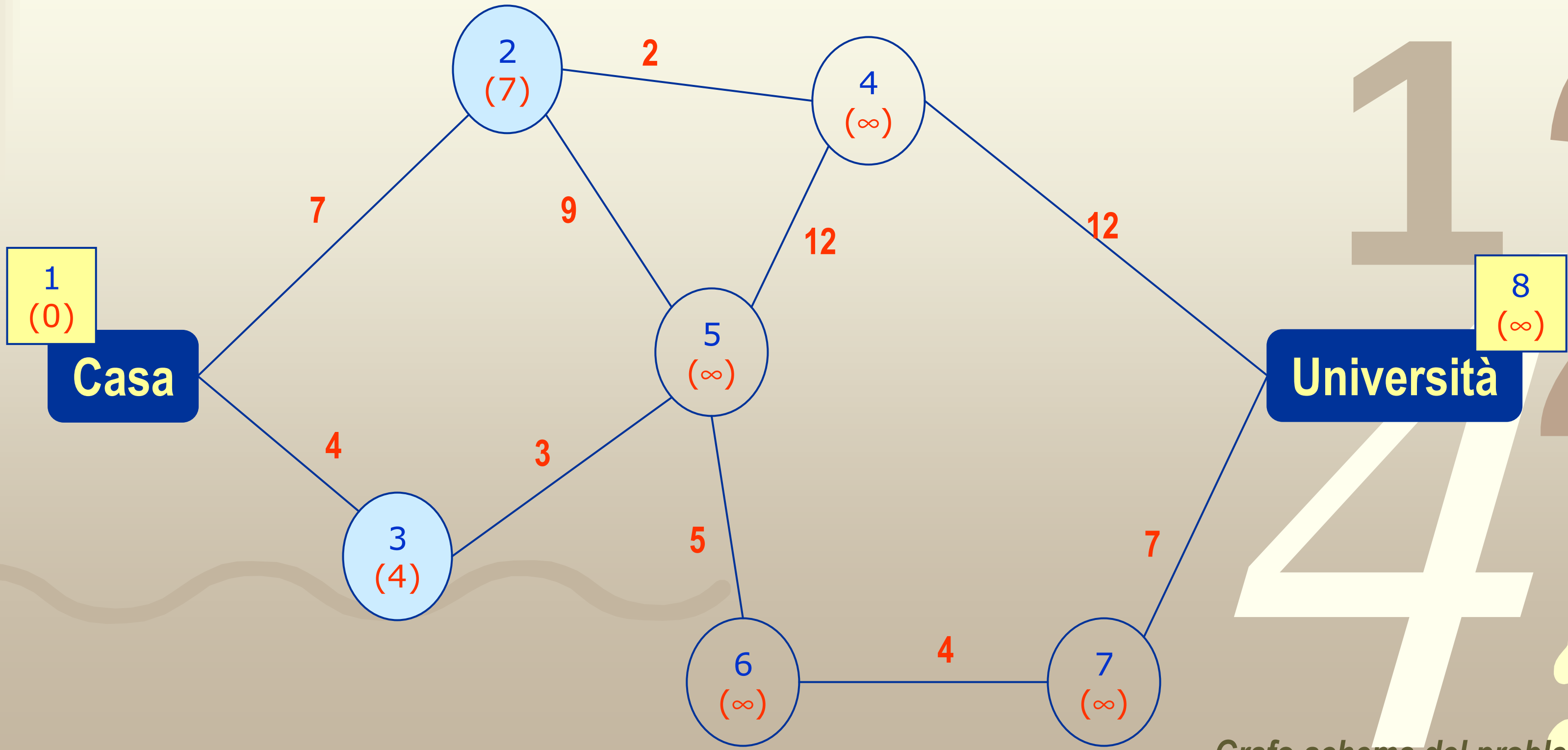
0011

Descrizione dell'algoritmo in relazione al problema SP Casa-Università

Inizializzazione

S={1}, T={2,3,4,5,6,7,8}

J(1)=0 J=(2)=1 J(3)=1



Grafo schema del problema

Teoria dei Grafi

Problemi di Cammino Minimo - Algoritmo di Dijkstra

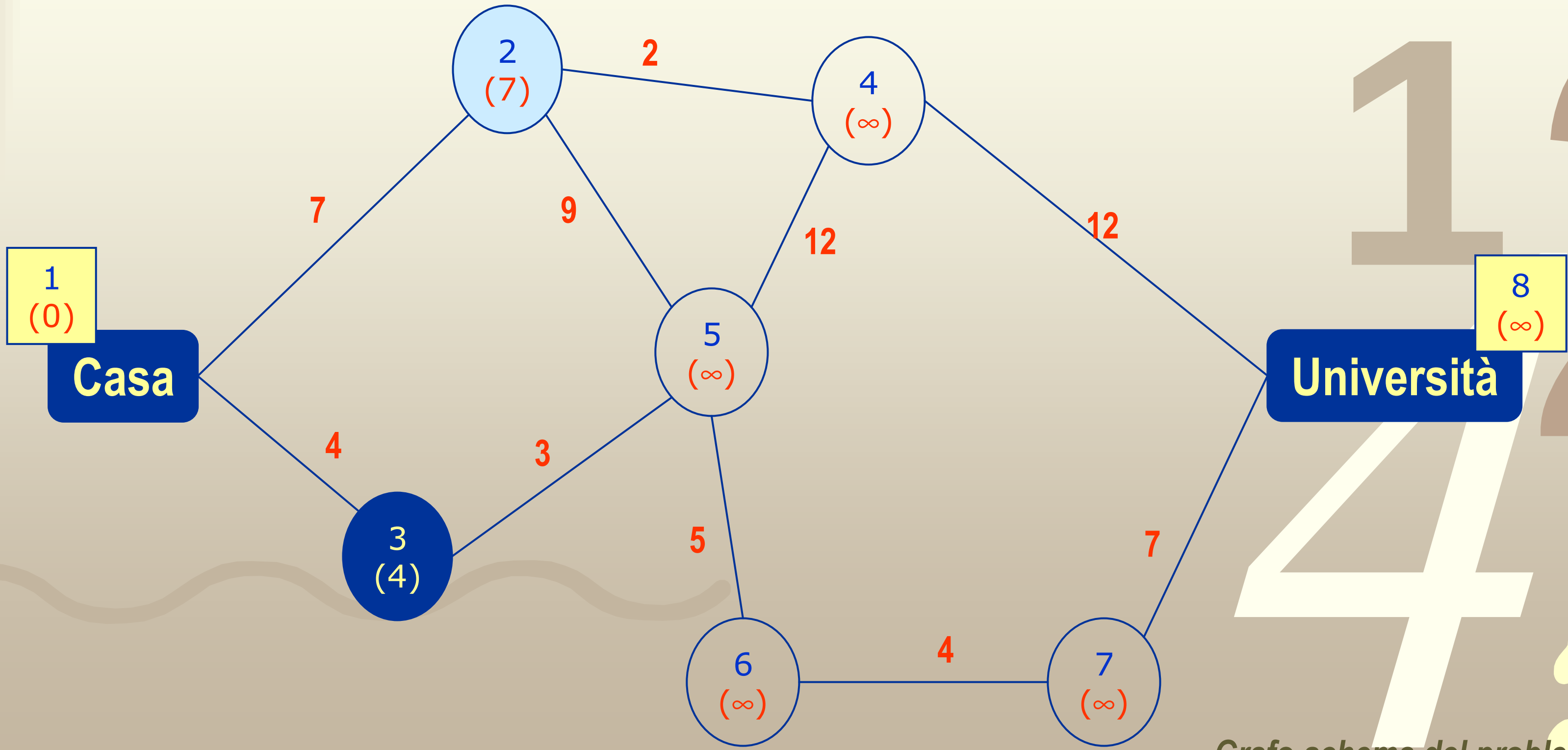
0011

Descrizione dell'algoritmo in relazione al problema SP Casa-Università

Assegnazione di etichetta permanente

S={1,2,3}, T={4,5,6,7,8}

J(1)=0 J=(2)=1 J(3)=1



Grafo schema del problema

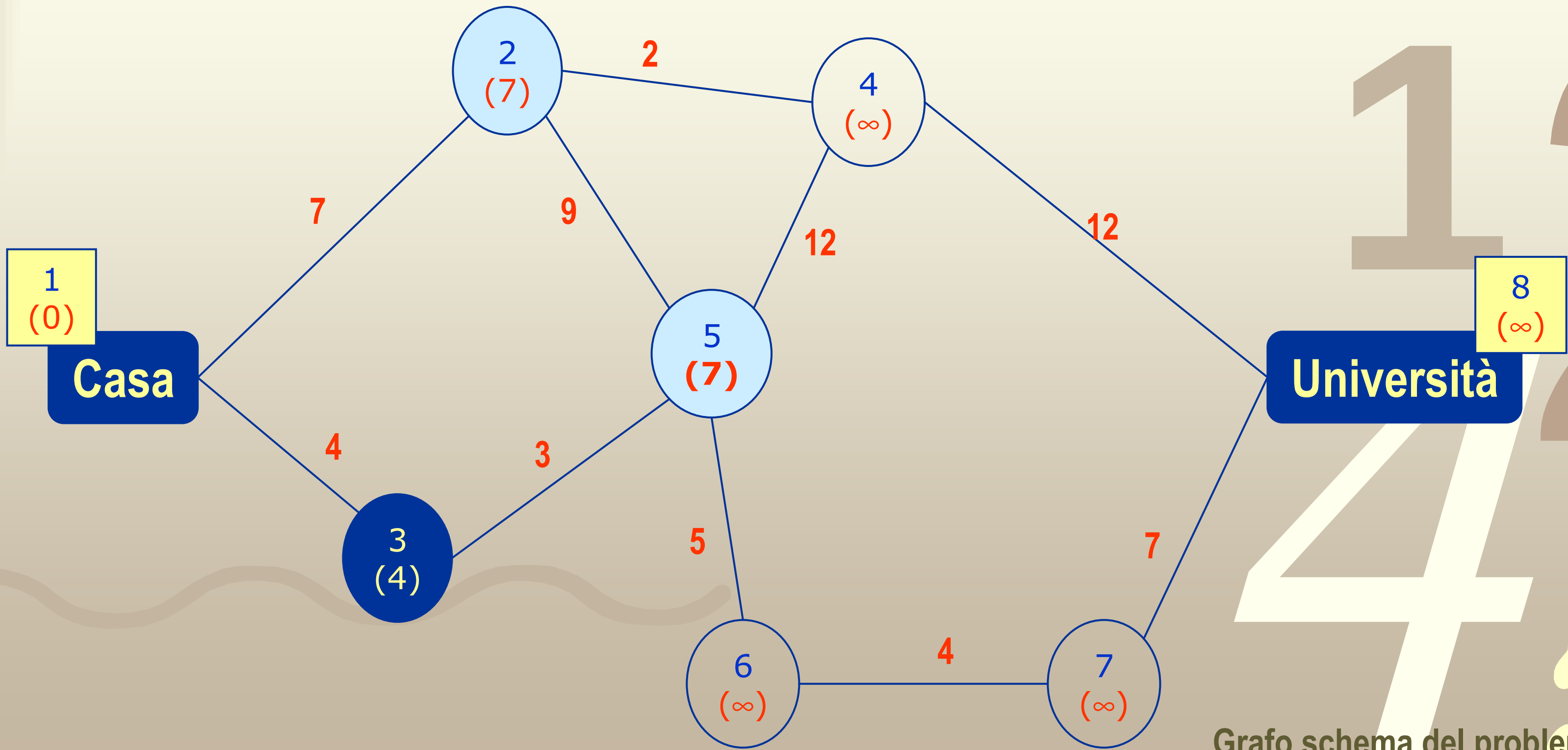
Teoria dei Grafi

Problemi di Cammino Minimo - Algoritmo di Dijkstra

0011 Descrizione dell'algoritmo in relazione al problema SP Casa-Università

Assegnazione di etichetta provvisoria

S={1,2,3}, T={4,5,6,7,8}
J(1)=0 J=(2)=1 J(3)=1
J(5)=3



Grafo schema del problema

Teoria dei Grafi

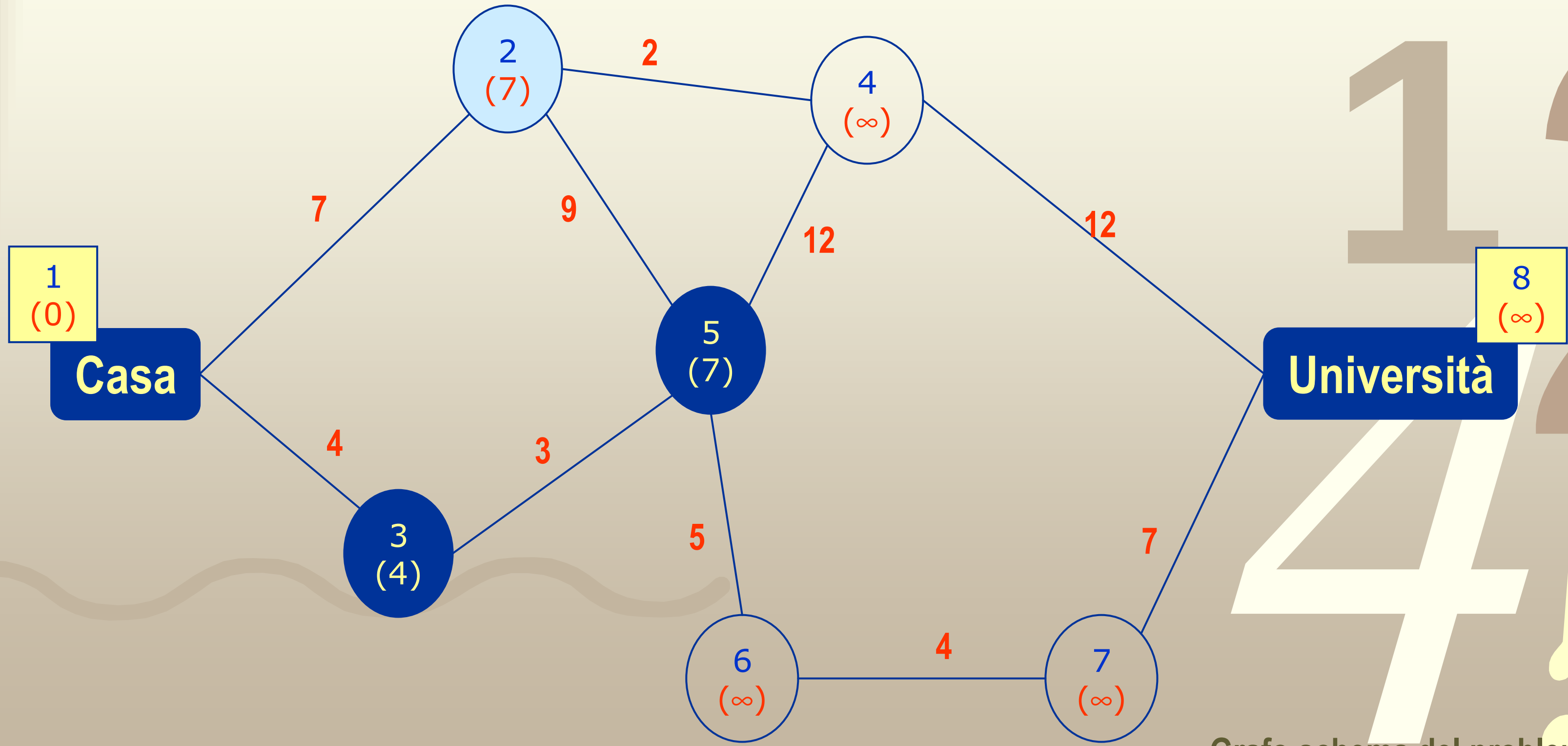
Problemi di Cammino Minimo - Algoritmo di Dijkstra

0011

Descrizione dell'algoritmo in relazione al problema SP Casa-Università

Assegnazione di etichetta permanente

S={1,2,3,5}, T={4,6,7,8}
J(1)=0 J=(2)=1 J(3)=1
J(5)=3



Grafo schema del problema

Teoria dei Grafi

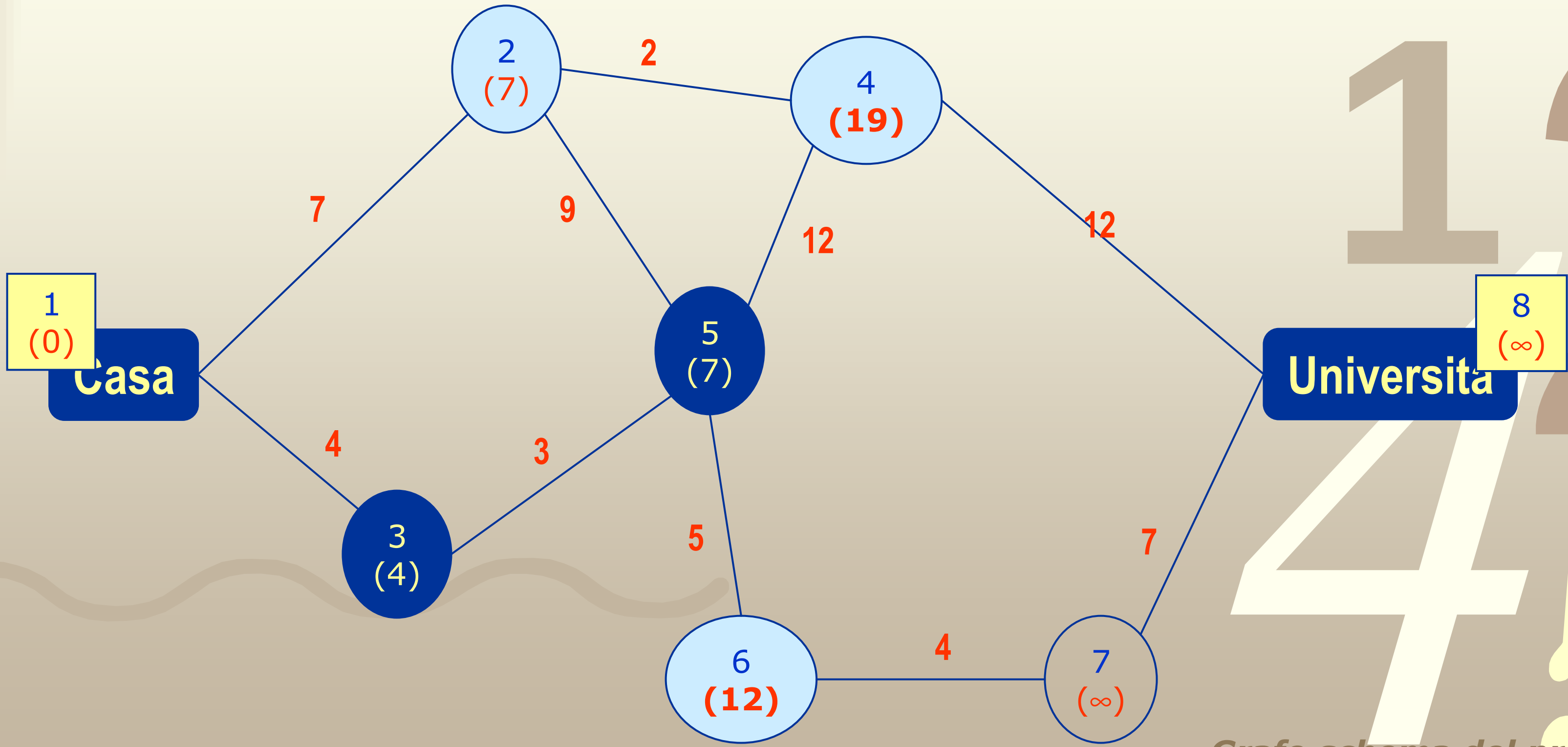
Problemi di Cammino Minimo - Algoritmo di Dijkstra

0011

Descrizione dell'algoritmo in relazione al problema SP Casa-Università

Assegnazione di etichetta provvisoria

S={1,2,3,4,5,6}, T={7,8}
J(1)=0 J=(2)=1 J(3)=1
J(5)=3 J(4)=5 J(6)=5



Grafo schema del problema

Teoria dei Grafi

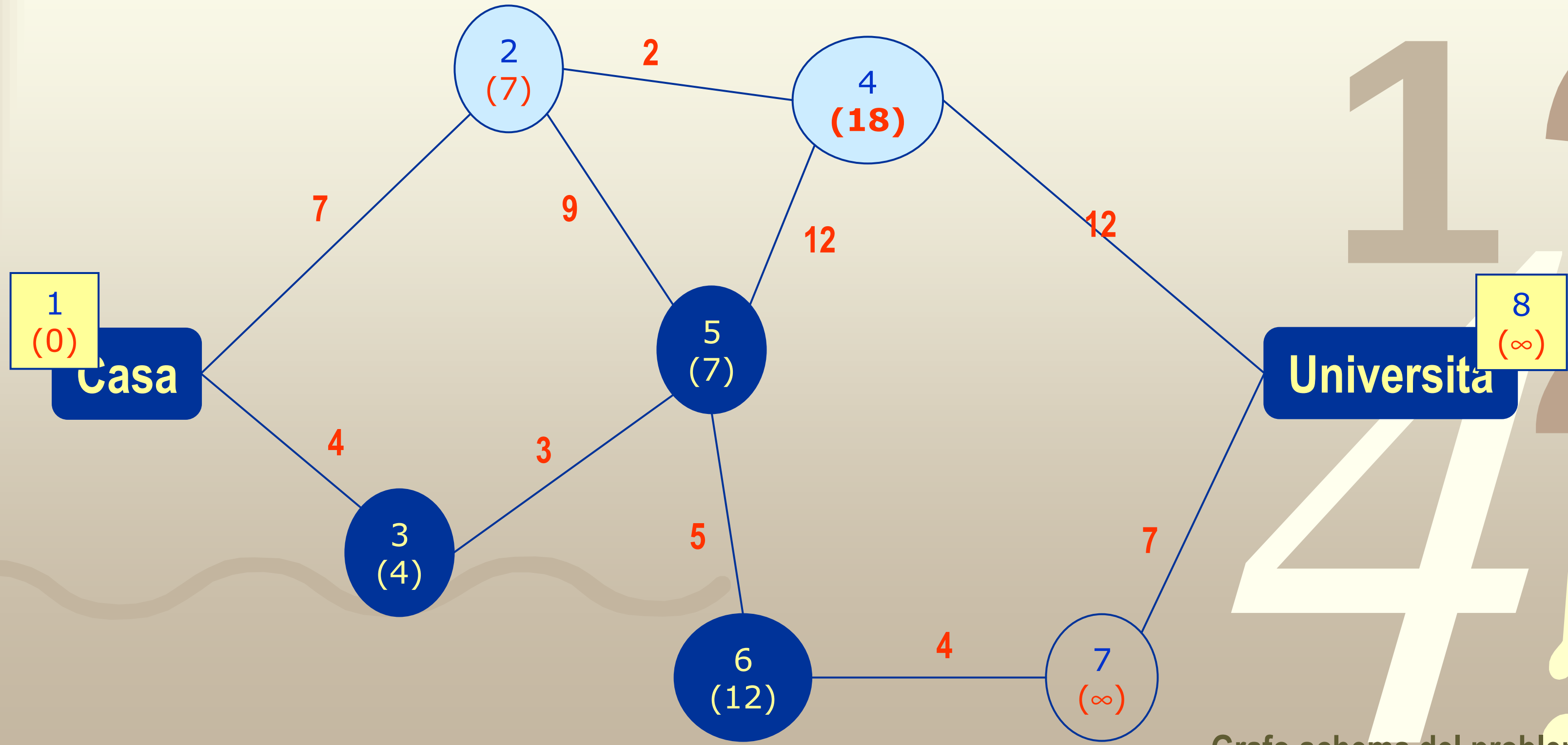
Problemi di Cammino Minimo - Algoritmo di Dijkstra

0011

Descrizione dell'algoritmo in relazione al problema SP Casa-Università

Assegnazione di etichetta permanente

S={1,2,3,4,5,6}, T={7,8}
J(1)=0 J=(2)=1 J(3)=1
J(5)=3 J(4)=5 J(6)=5



Grafo schema del problema

Teoria dei Grafi

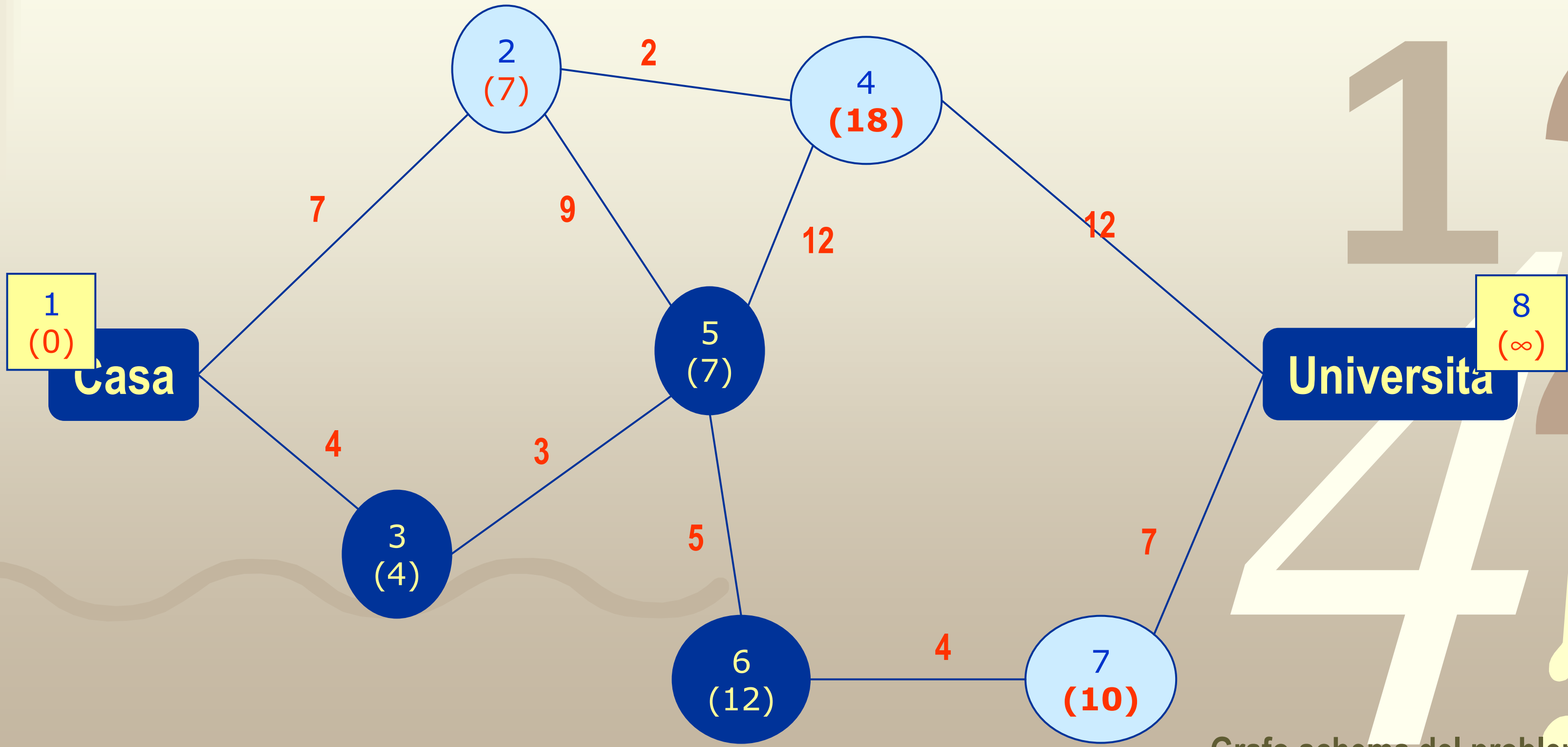
Problemi di Cammino Minimo - Algoritmo di Dijkstra

0011

Descrizione dell'algoritmo in relazione al problema SP Casa-Università

Assegnazione di etichetta provvisoria

S={1,2,3,4,5,6,7}, T={8}
J(1)=0 J=(2)=1 J(3)=1
J(5)=3 J(4)=5 J(6)=5 J(7)=6



Grafo schema del problema

Teoria dei Grafi

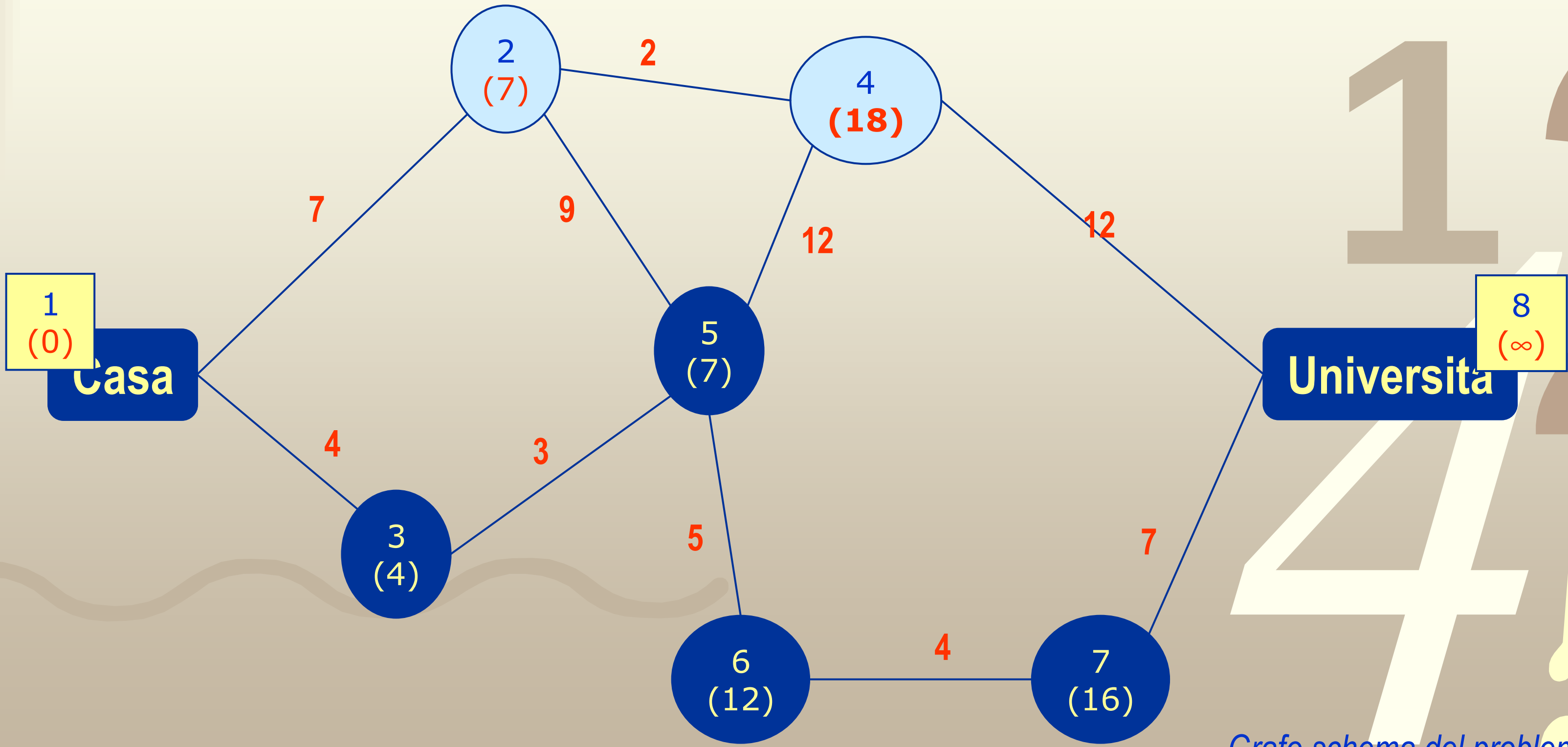
Problemi di Cammino Minimo - Algoritmo di Dijkstra

0011

Descrizione dell'algoritmo in relazione al problema SP Casa-Università

Assegnazione di etichetta permanente

S={1,2,3,4,5,6,7}, T={8}
J(1)=0 J=(2)=1 J(3)=1
J(5)=3 J(4)=5 J(6)=5 J(7)=6



Grafo schema del problema

Teoria dei Grafi

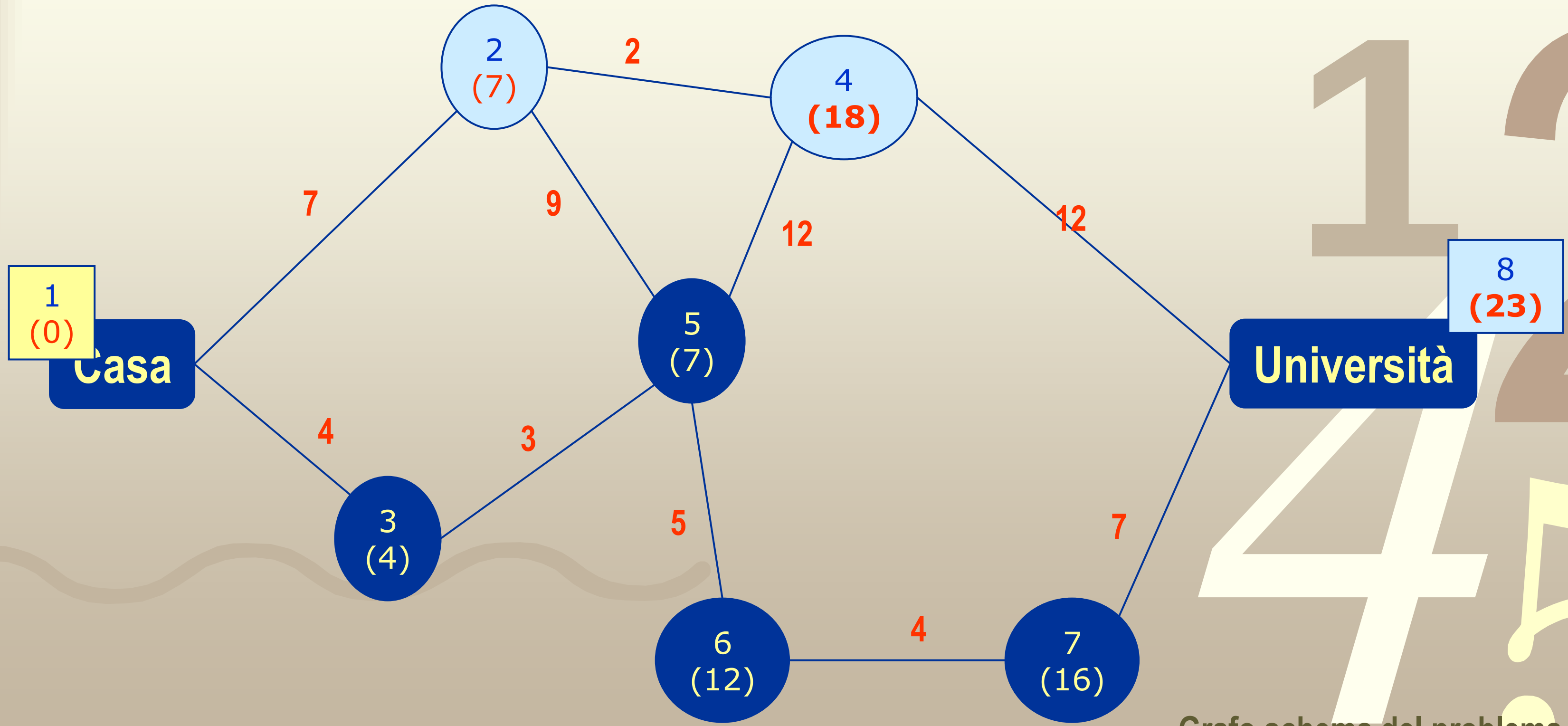
Problemi di Cammino Minimo - Algoritmo di Dijkstra

0011

Descrizione dell'algoritmo in relazione al problema SP Casa-Università

Assegnazione di etichetta provvisoria

S={1,2,3,4,5,6,7,8}, T={∅}
J(1)=0 J=(2)=1 J(3)=1
J(5)=3 J(4)=5 J(6)=5 J(7)=6
J(8)=7



Grafo schema del problema

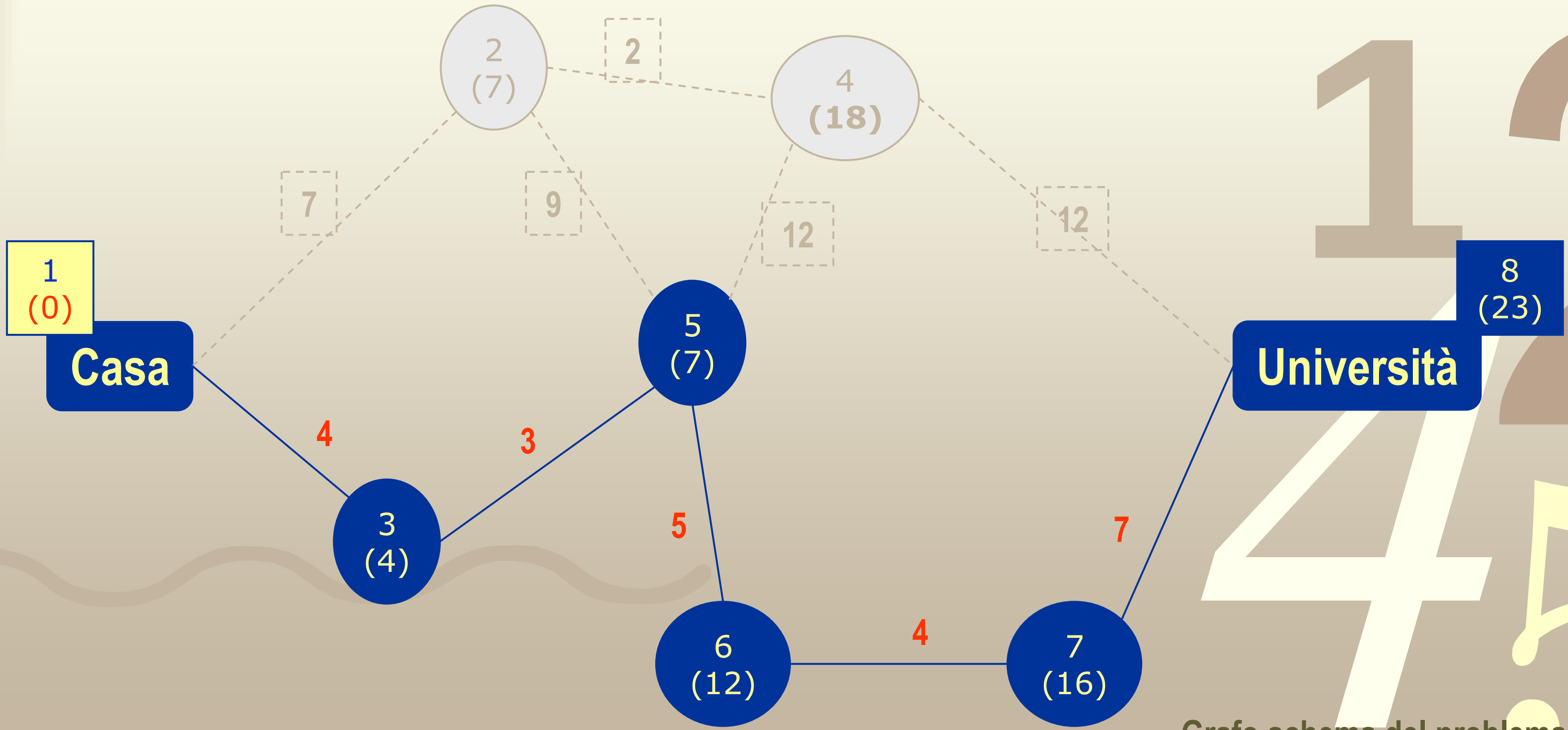
Teoria dei Grafi

Problemi di Cammino Minimo - Algoritmo di Dijkstra

0011

Descrizione dell'algoritmo in relazione al problema SP Casa-Università

Assegnazione di etichetta permanente e percorso definitivo



Grafo schema del problema

Teoria dei Grafi

Problema dei Quattro Colori

Problema dei Quattro Colori

Qual è il numero minimo di colori strettamente necessari per colorare le regioni di una qualsiasi carta geografica in modo tale che due regioni adiacenti abbiano colori diversi.

Applicazione

- assegnazione di frequenze radio-televisive
- allocazione di variabili e registri in dispositivi elettronici

Congettura di Francis Guthrie — 1852

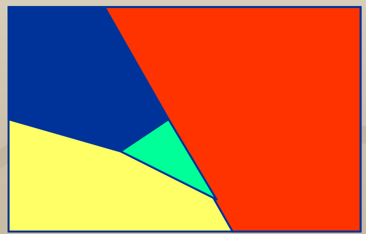
Articolo di Arthur Cayley — 1879

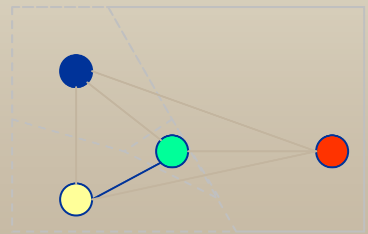
Pseudo dimostrazioni: Alfred Kempe; Peter Tait — 1879

Dimostrazione definitiva Kenneth Appel e Wolfgang Haken (Università dell'Illinois) — **1977**

Riduzione delle infinite mappe a 1.936 e poi 1.476 configurazioni possibili verificate da computer

In termini di grafo:
"In ogni grafo planare è possibile colorare i nodi usando 4 colori senza che 2 nodi connessi abbiano lo stesso colore.





"Un grafo planare è 4-colorabile"

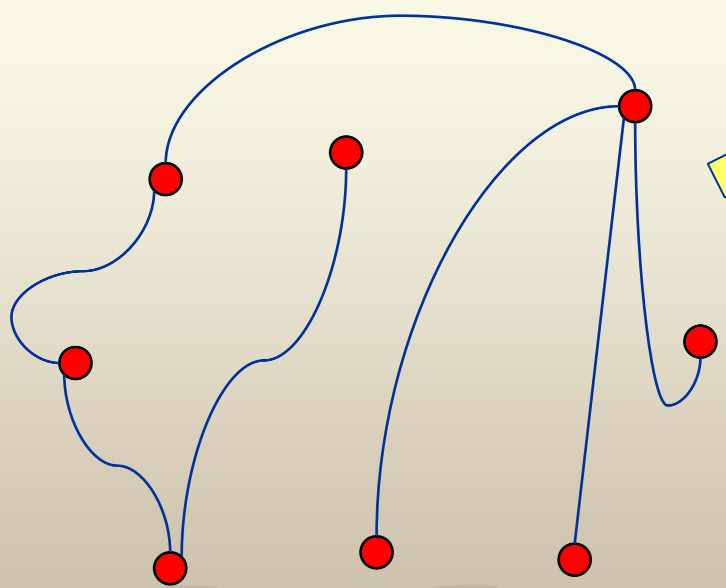
Teoria dei Grafi

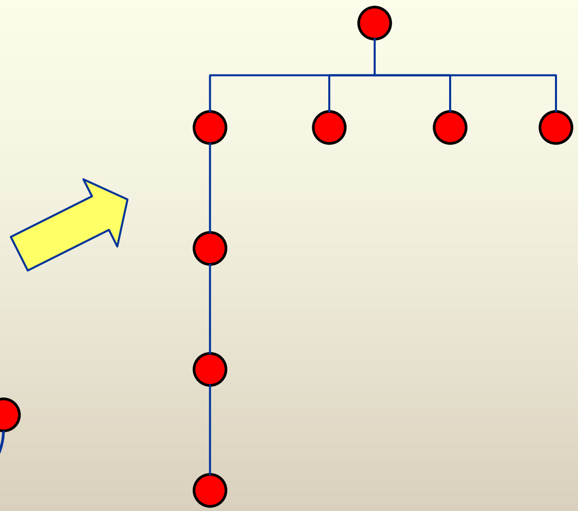
Gli alberi

L’**albero** è un grafo connesso, non orientato e privo di cicli.

0011

Un grafo non orientato tale per cui presi due nodi qualsiasi esiste uno ed un solo cammino che li connette si definisca “**albero**”.

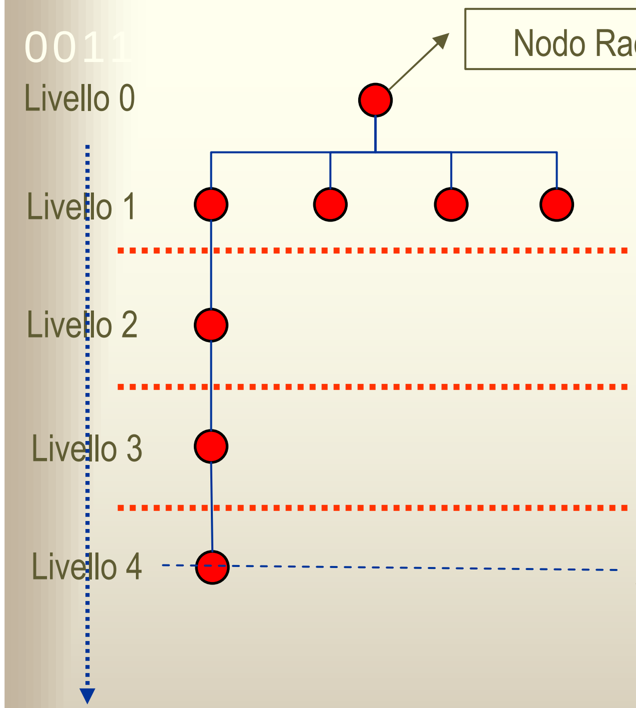




- Grafo connesso n nodi n-1 archi
- Grafo connesso senza cicli
- Grafo senza cicli con n nodi e n-1 archi
- Grafo connesso che comunque si elimini un arco si ottiene un grafo non connesso

Teoria dei Grafi

Gli alberi - Alcune definizioni

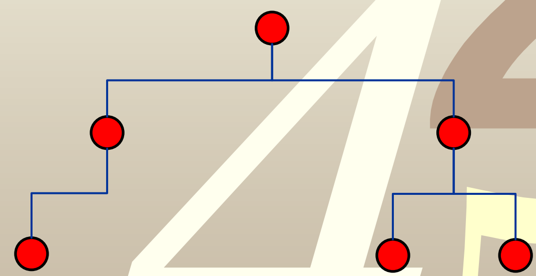


Un **albero** per cui si definisce un nodo radice è detto “radicato”.

Livello di un nodo: distanza dalla radice

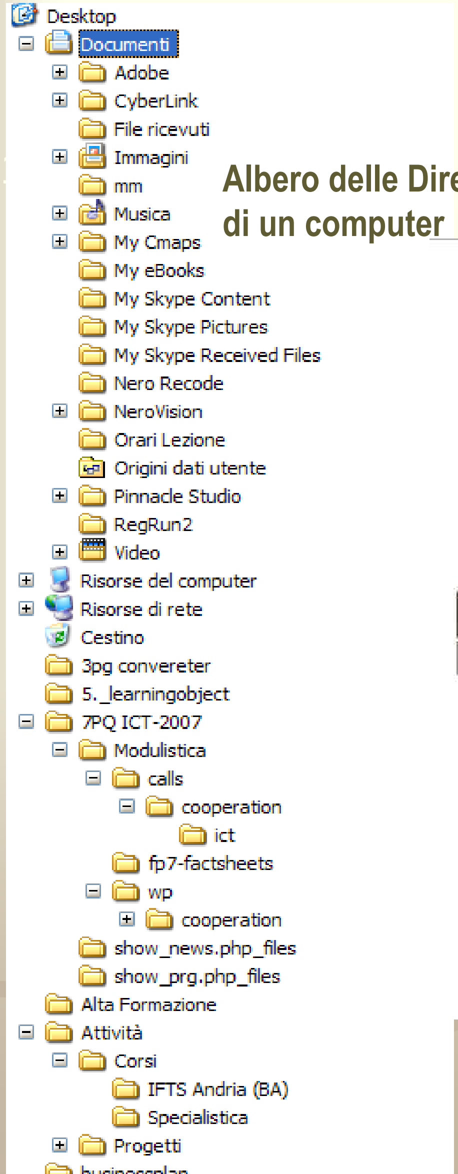
Altezza: massimo tra i livelli

Un **albero binario** : albero con radice in cui ogni nodo ha al più due figli; ogni figlio è distinto come figlio sinistro oppure figlio destro.

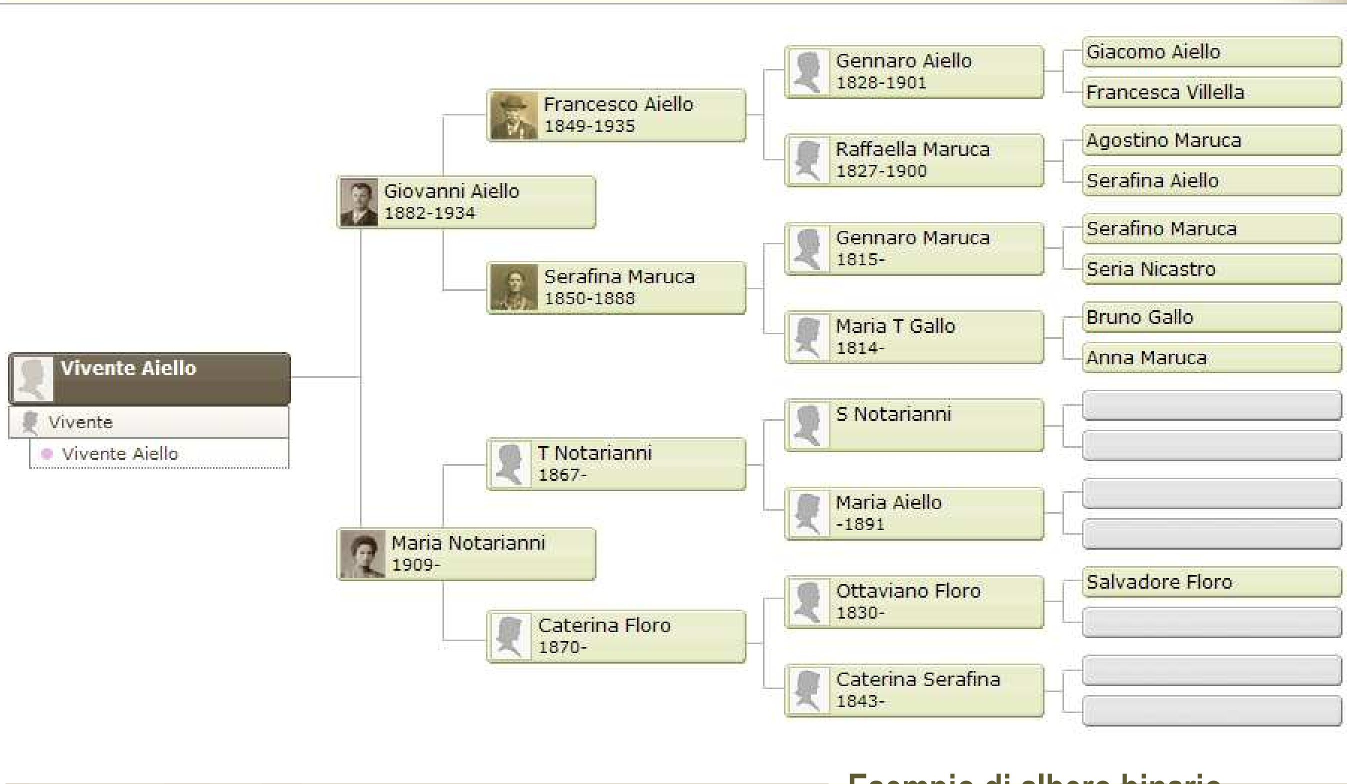


Teoria dei Grafi

Gli alberi – Esempi



Albero delle Directory di un computer



Esempio di albero binario

Teoria dei Grafi

Reti Casuali

0011

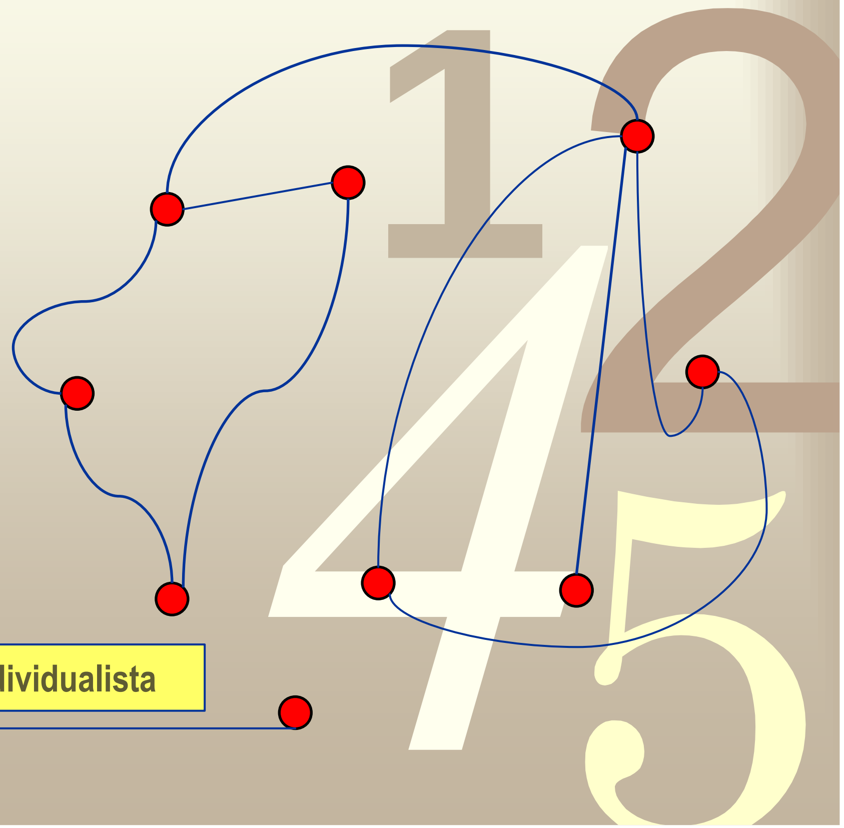
Un grafo in cui i link tra i nodi siano disposti secondo una distribuzione **gaussiana**, od altra distribuzione casuale, intorno ad un valore medio è detto grafo casuale o **rete casuale**.

Paul Erdös e Alfréd Renyí (1959)

six degrees of separation (*sei gradi di separazione*)
distanza media tra due individui qualsiasi in una rete sociale

Il social network

Gruppi di persone connesse attraverso legami sociali



Individualista

Teoria dei Grafi

Reti a Invarianza di Scala (Scale Free Network)

Un grafo che gode della proprietà che se si considera la relazione tra il numero di nodi ed il numero delle loro connessioni si vede che il suo grafico è di tipo esponenziale negativo, e quindi invariante per cambiamenti di scala si dice essere una **Rete a invarianza di scala** (in inglese è scale-free network)

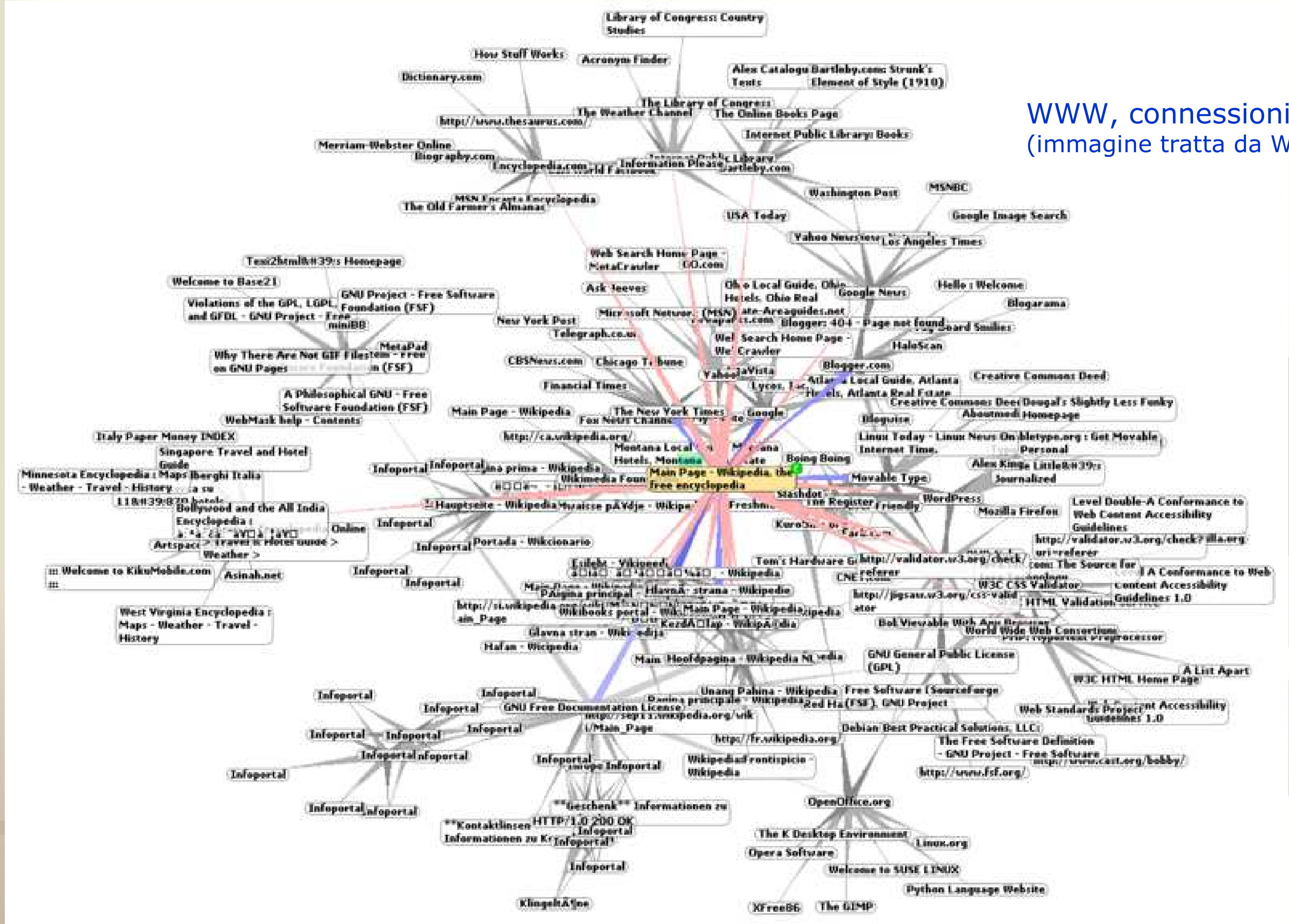
Albert-László Barabási (1988)

Definisce la "legge di potenza" di cui a è parametro

- La rete sociale
- Internet (collegamenti tra router)
- WWW (collegamenti tra pagine)

Teoria dei piccoli mondi *(branca della teoria dei grafi)*: teoria generalizza ed esplora le caratteristiche di insieme che hanno reti connesse di elementi, indipendentemente dalle caratteristiche proprie degli elementi.
("Collective dynamics of «smallworld» networks" articolo su Nature di due matematici Duncan Watts e Steve Strogatz (1998).

Teoria dei Grafi



k)

00

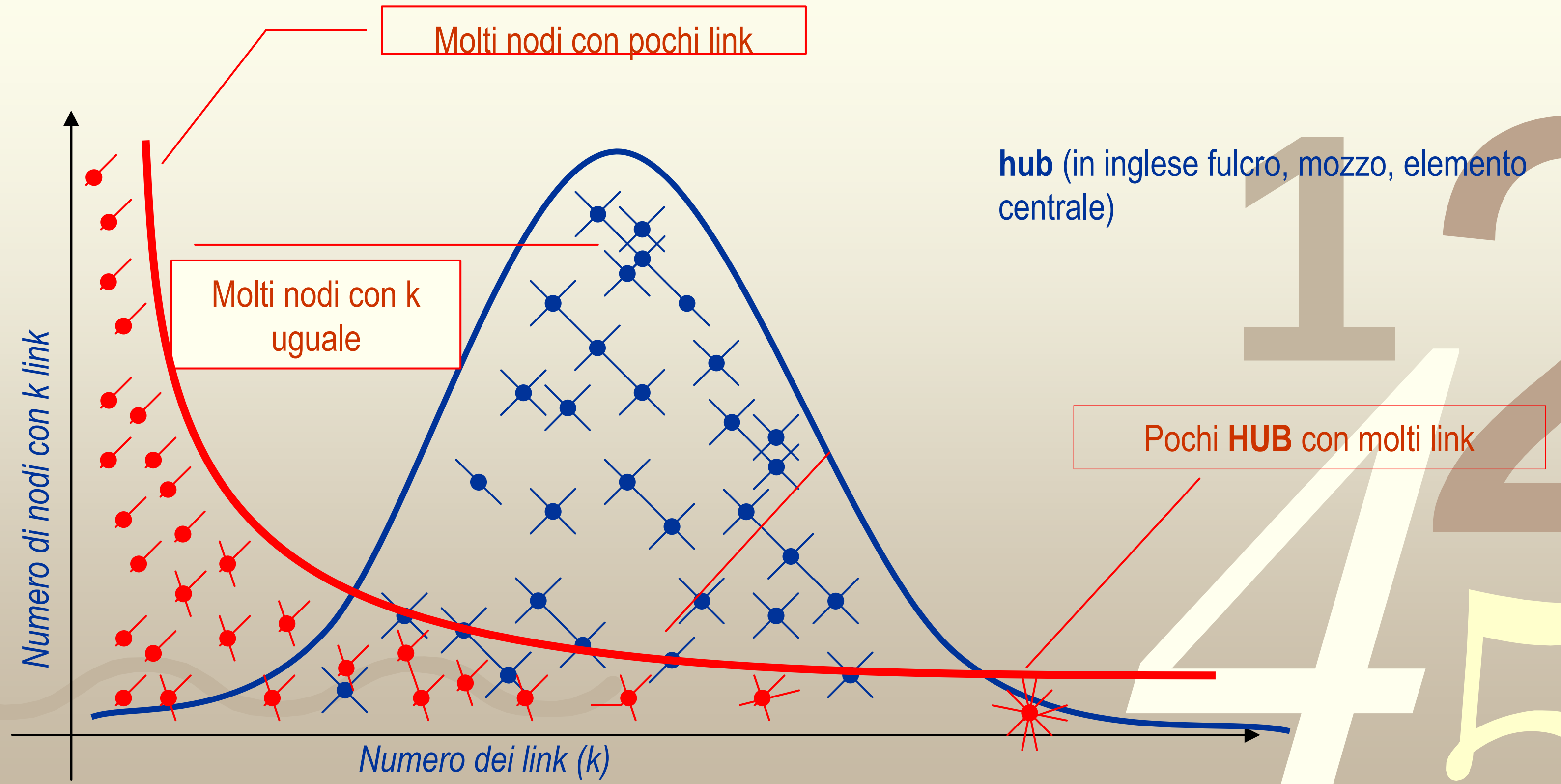
WWW, connessioni tra pagine
(immagine tratta da Wikipedia)

Teoria dei Grafi

Reti a Invarianza di Scala (Scale Free Network)

0011

*Da curve a campana (Gauss) verso reti regolate da **leggi di potenza***



hub (in inglese fulcro, mozzo, elemento centrale)

Teoria dei Grafi

Scale Free Network e Pensieri…

Le reti sono una analisi matura del mondo reale e della possibilità di rappresentarlo

Dal **riduzionismo** come analisi "*infantile*" alla capacità di rimontare il giocattolo

I mondi reali sono anche i mondi della struttura della conoscenza: conoscere gli elementi non vuol dire comprendere il significato del tutto

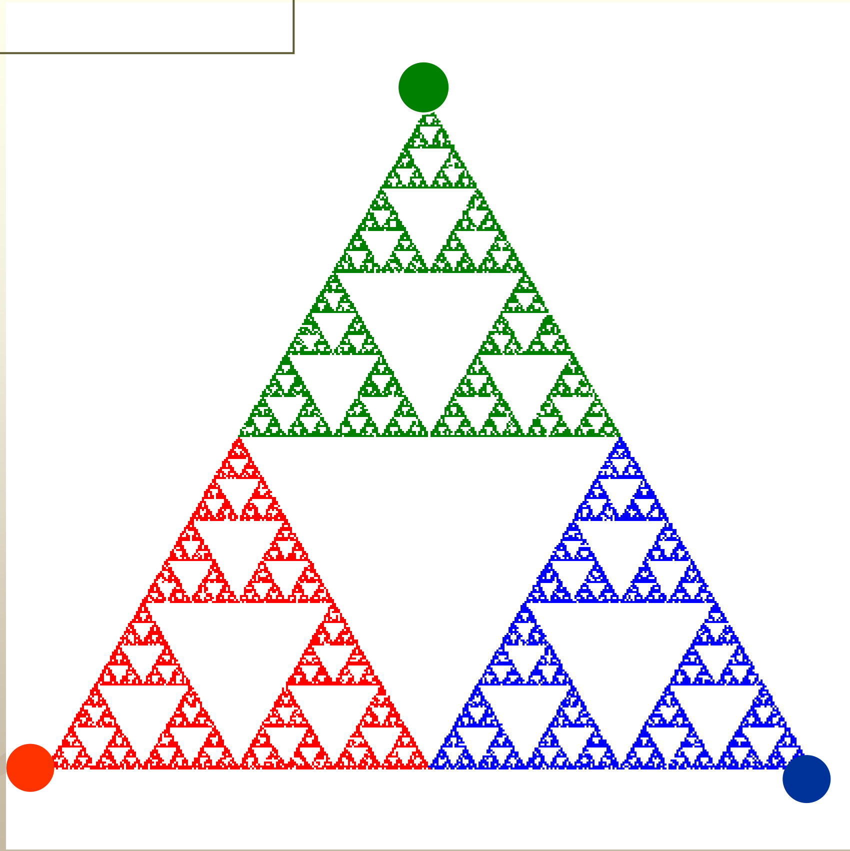
Il concetto di HUB e reti resistenti ad attacchi "scoordinati" deboli ad attacchi strutturati

Teoria dei Grafi

Un ultima riflessione

0011

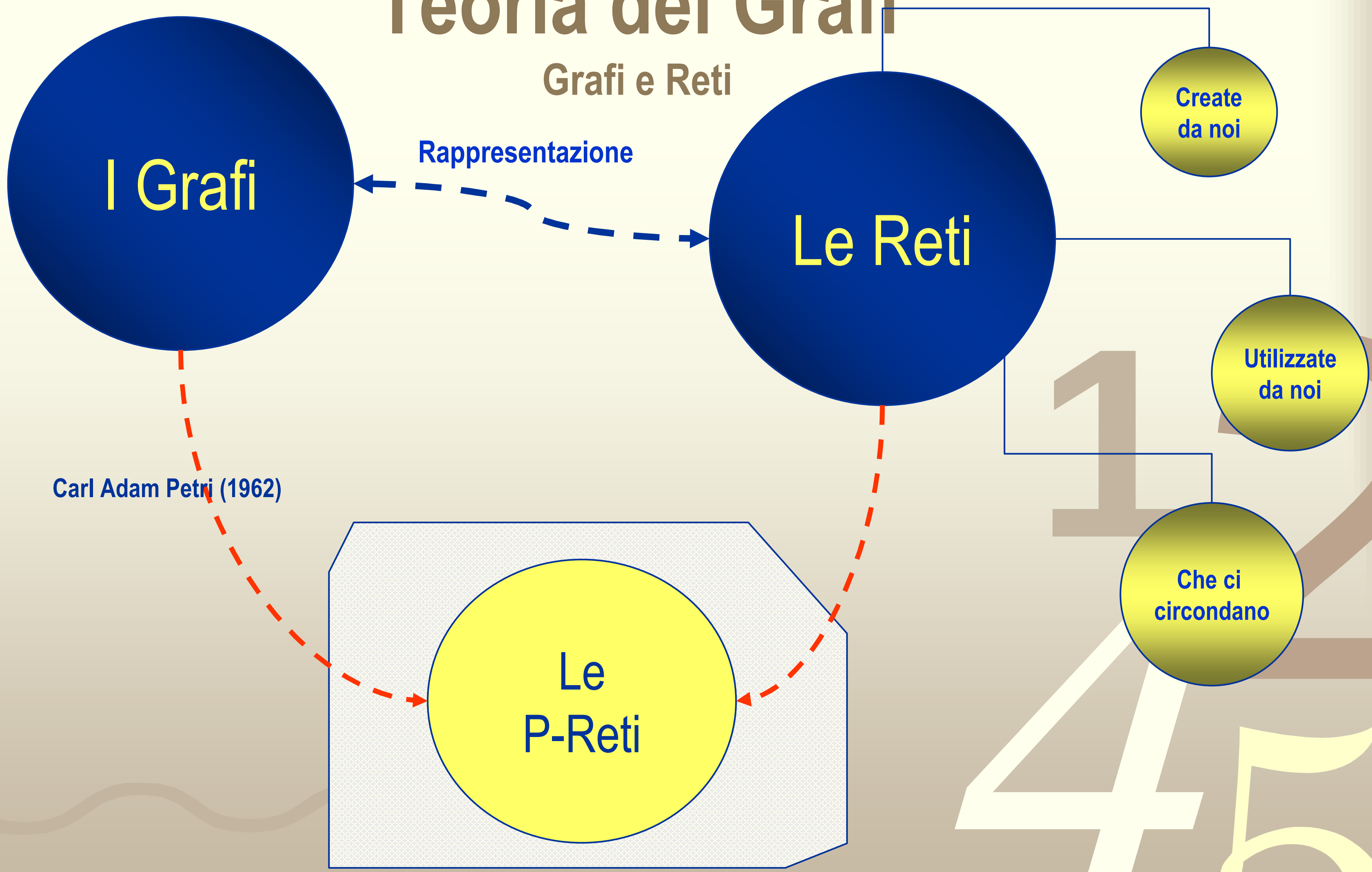
"Il caso è la somma delle nostre ignoranze."
Pierre Laplace



Sierpinski Triangle
(Frattale)

Teoria dei Grafi

Grafi e Reti



Le Reti di Petri (P-reti)
Schema riassuntivo