

ALFABETIZZAZIONE INFORMATICA

0011

“Ogni problema che ho risolto è diventato una regola
che in seguito è servita a risolvere altri problemi.”

(René Descartes, Cartesio “Discorso sul metodo”)

Giorgio Poletti

giorgio.poletti@unife.it – <http://docente.unife.it/giorgio.poletti>



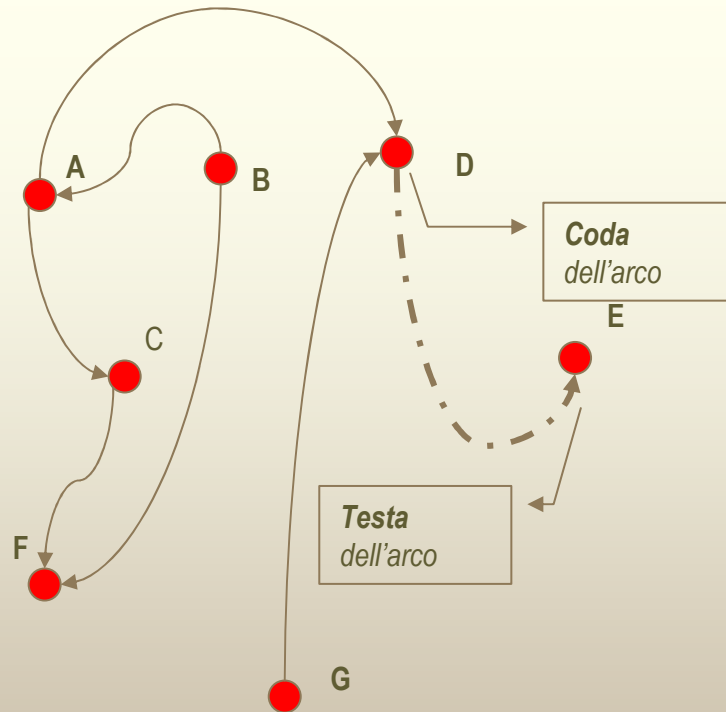
Teoria dei Grafi

Tipi fondamentali

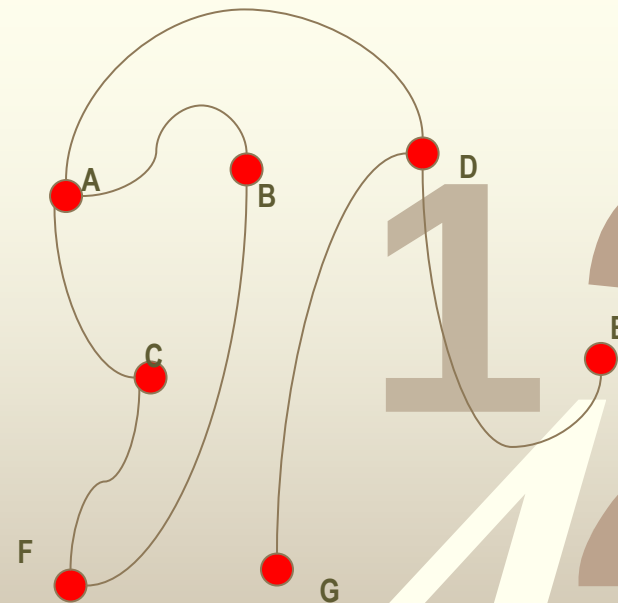
Notazione di Grafo: $G(N,A)$ con N insieme dei nodi e A insieme degli archi che li connettono

0011

Ogni arco ha una direzione



Grafo **orientato** (o *digrafo*, grafo *diretto*)



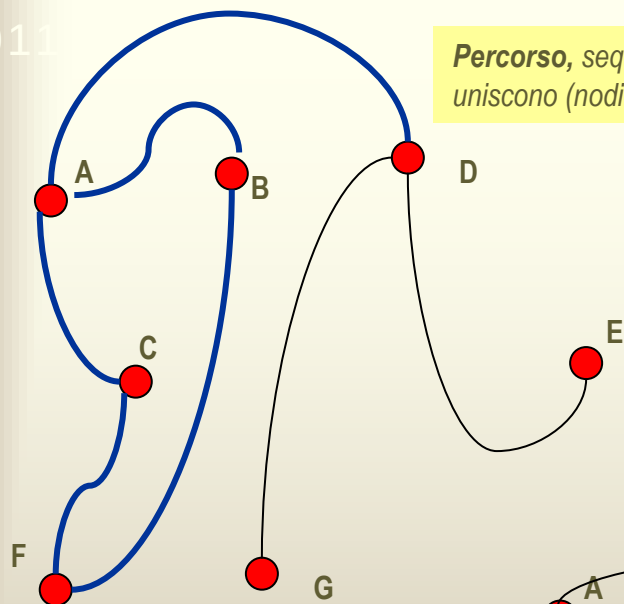
Grafo **semplice** (nessun arco orientato)

Teoria dei Grafi

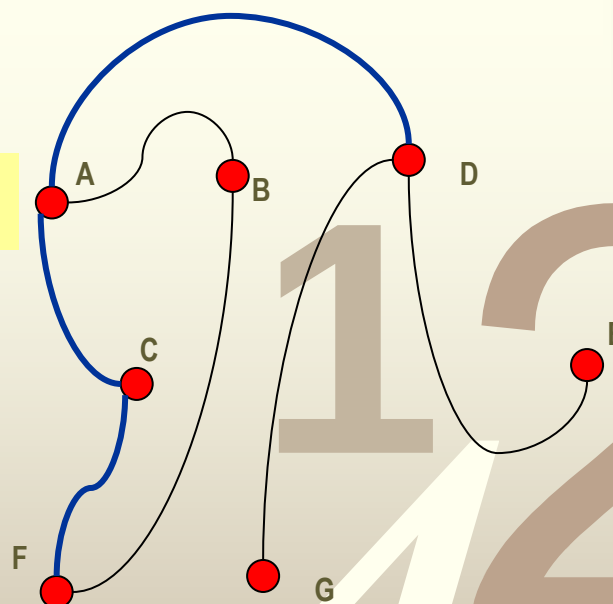
Percorso, Cammino e Ciclo

0011

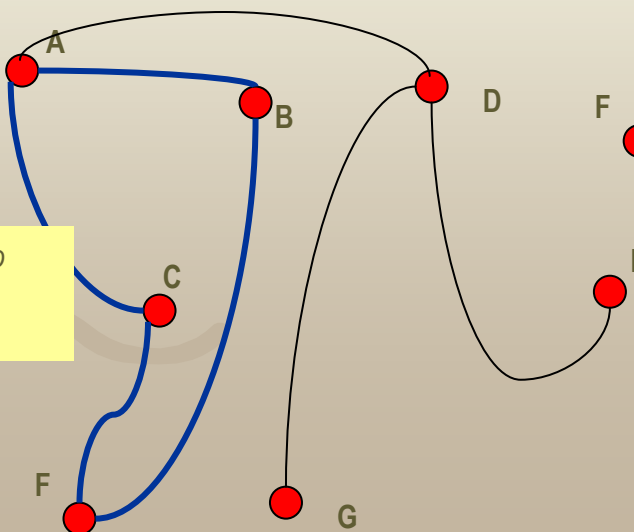
Percorso, sequenza di n nodi e m archi che li uniscono (nodi anche non distinti), lunghezza N



Cammino, percorso con nodi distinti



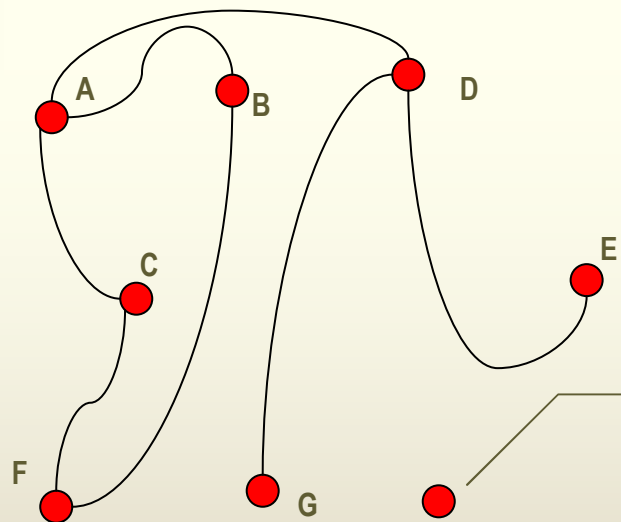
Ciclo (o circuito), cammino chiuso, coincidono il primo e l'ultimo nodo



Teoria dei Grafi

La connessione

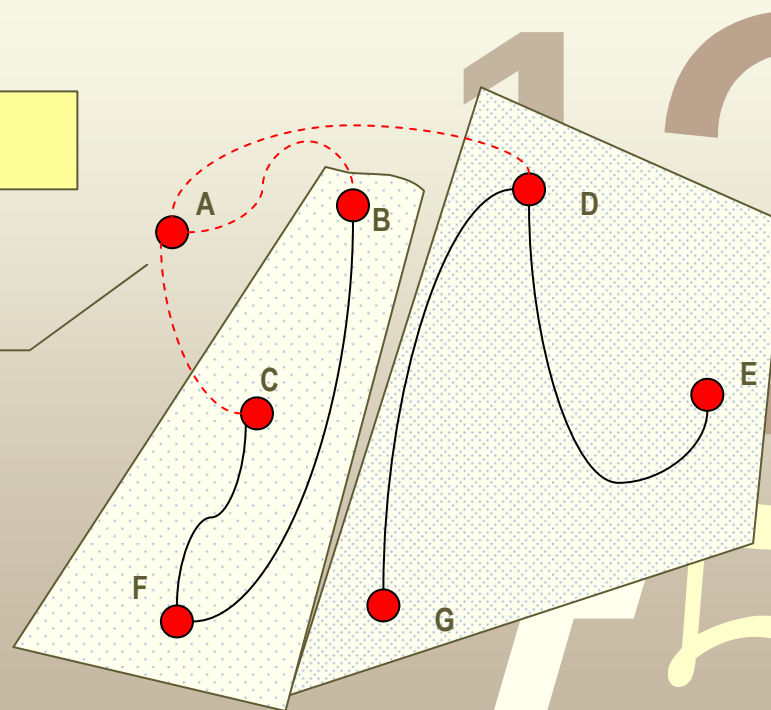
0011



Un Grafo si dice **connesso** se esiste un cammino tra ogni sua coppia di nodi

Nodo isolato
(grado 0)

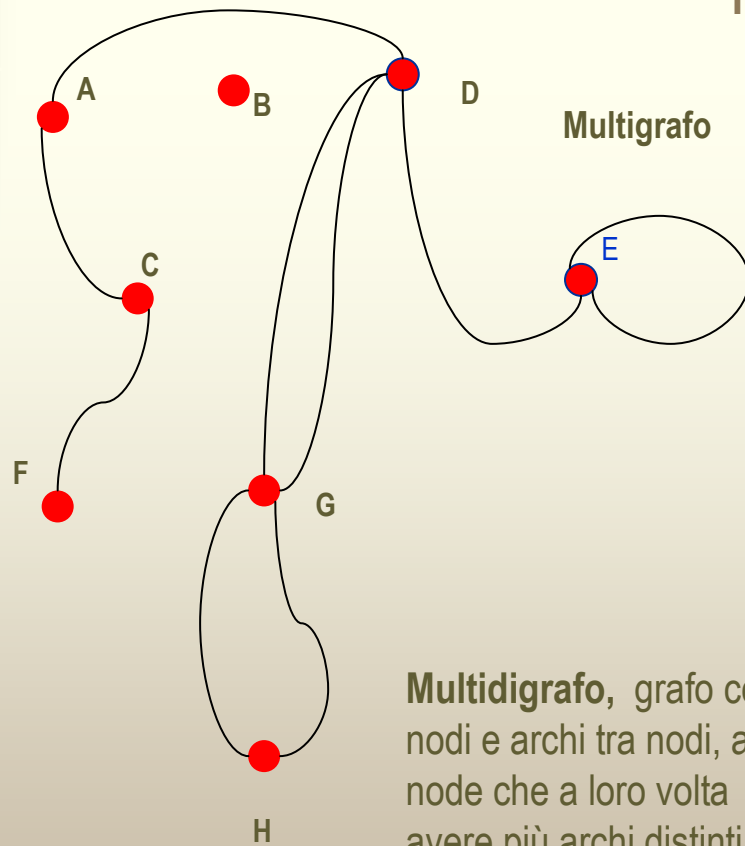
Snodo o Ponte (eliminato
rende il grafo non connesso)



Teoria dei Grafi

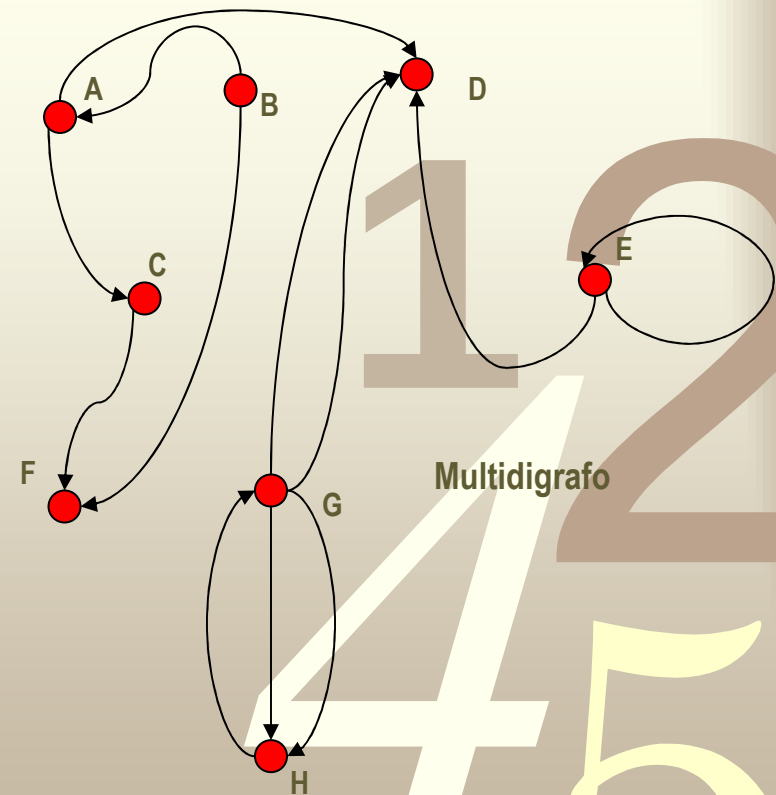
Tipi di Grafi

0011



Multigrafo

Multidigrafo, grafo costituito da nodi e archi tra nodi, archi tra due node che a loro volta possono avere più archi distinti, e un nodo può possedere più cappi. Se gli archi sono orientati si parla di **multidigrafi**.

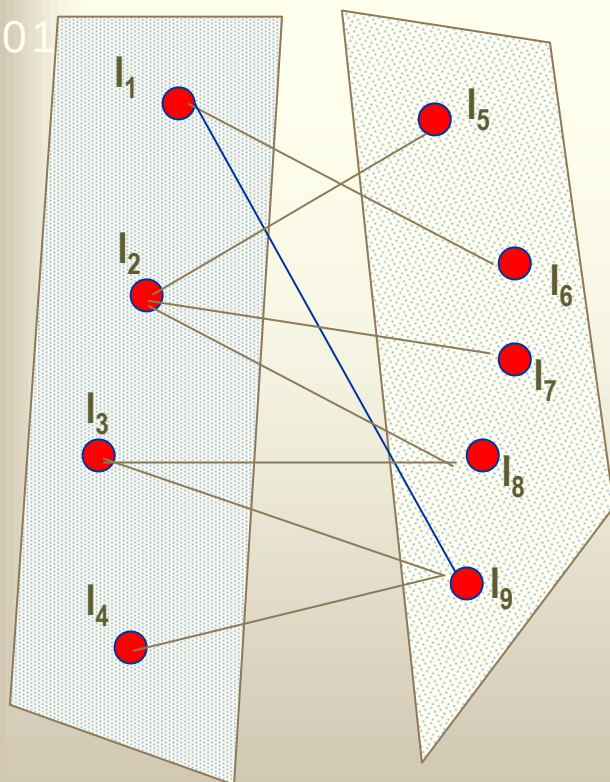


Multidigrafo

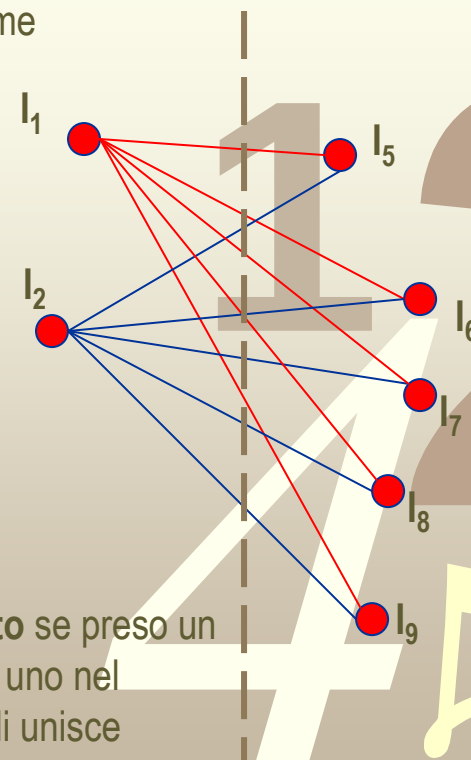
Teoria dei Grafi

Tipi di Grafi

001



Grafo Bibartito, grafo non orientato tale per cui è possibile dividere l'insieme dei nodi che lo compongono in due insiemi separati e tali per cui il nodo di un insieme è connesso solo a nodi dell'altro insieme

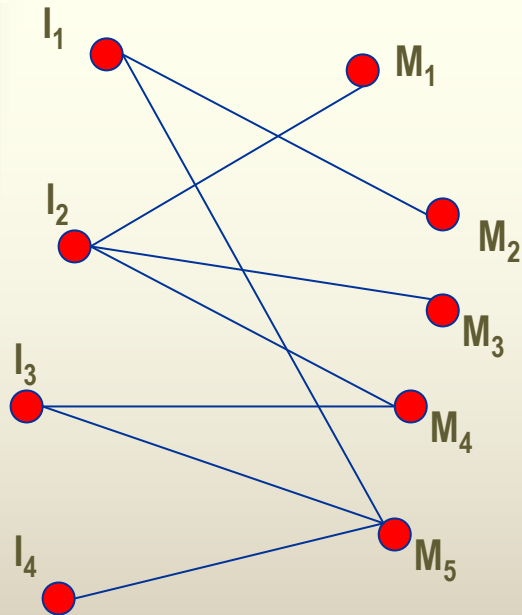


Grafo Bibartito Completo se preso un nodo nel primo insieme e uno nel secondo c'è un arco che li unisce

Teoria dei Grafi

Grafi bipartiti come modelli di problemi

0011



Grafo Bibartito, schematizza problemi di accoppiamento o **matching**

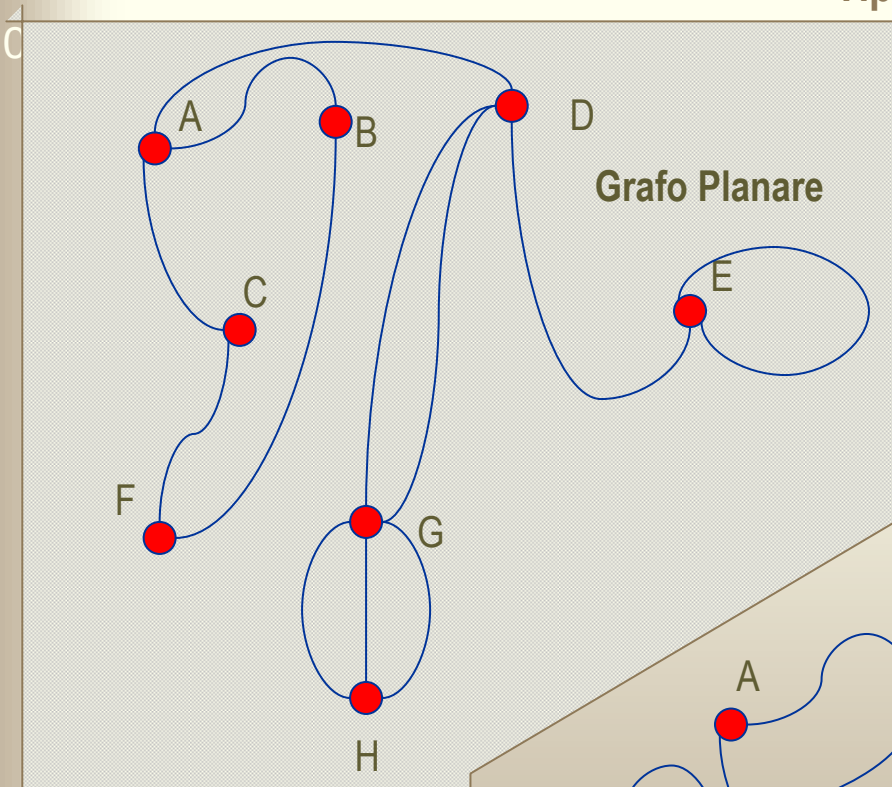
Classicamente un problema di persone e mansioni, necessità di assegnare una o più mansioni a una o più persone

Equivale ad avere un insieme P di persone e un insieme M di mansioni, non tutte le persone sono in grado di svolgere tutte le mansioni ma tutte le mansioni devono essere svolte

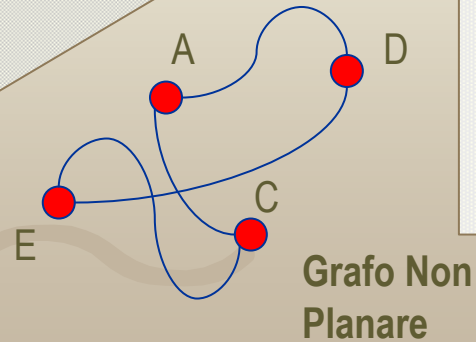
12
45

Teoria dei Grafi

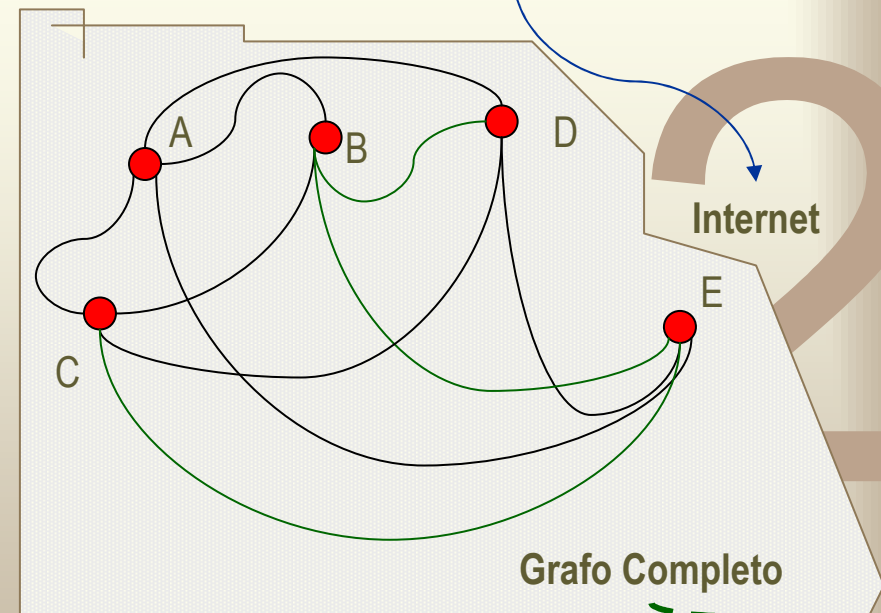
Tipi di Grafi



Un **Grafo** si dice **planare**, quando si può disegnare su un piano senza che gli archi si intersechino



Un **Grafo** si dice **completo** se è semplice, e presa una qualsiasi coppia di nodi esiste un arco che li unisce.



Grafo Completo con N nodi è regolare di grado N-1

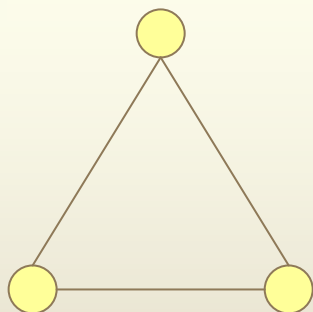
Internet

Teoria dei Grafi

Esempi di grafo completo e regolare e bipartito completo e regolare

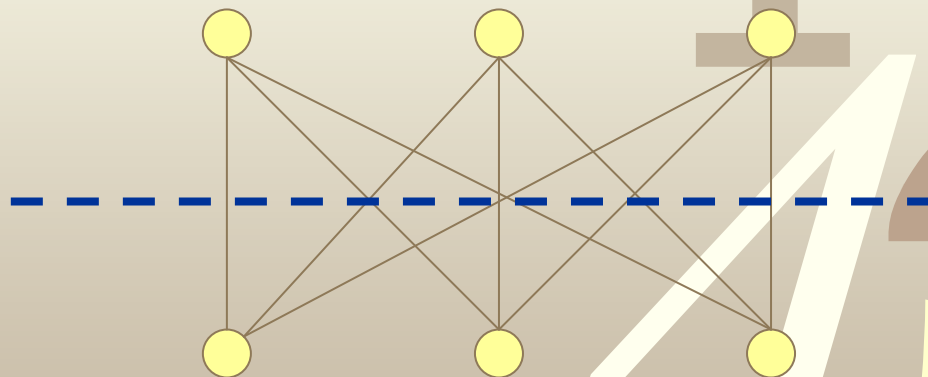
0011

Il grafo completo, K_n , è un grafo regolare di grado $n-1$



Grafo Completo con 3 nodi e regolare di grado 2 (2 archi incidenti su ogni nodo).

K_3



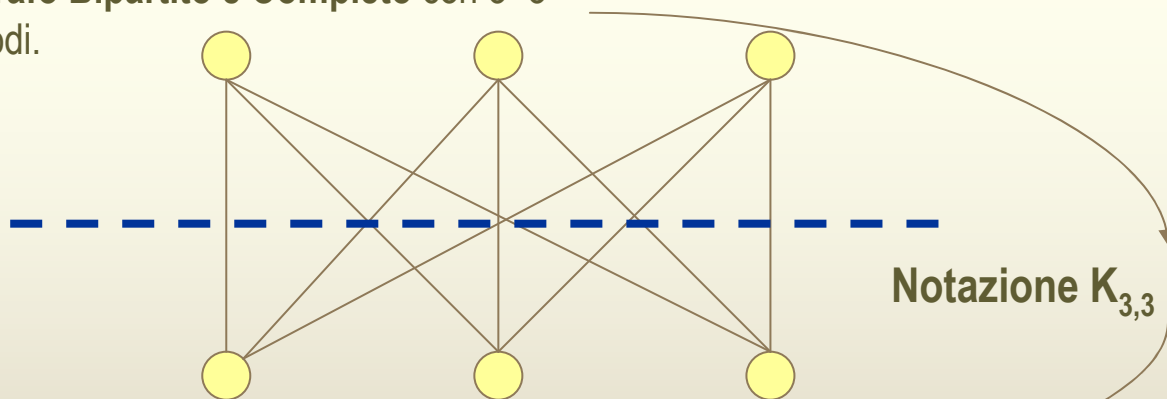
Grafo Bipartito e Completo con 3+3 nodi.

Teoria dei Grafi

Esempi di grafo bipartito completo e regolare

0011

Grafo Bipartito e Completo con 3+3
nodi.



Notazione $K_{3,3}$

Grafi di Kuratowski

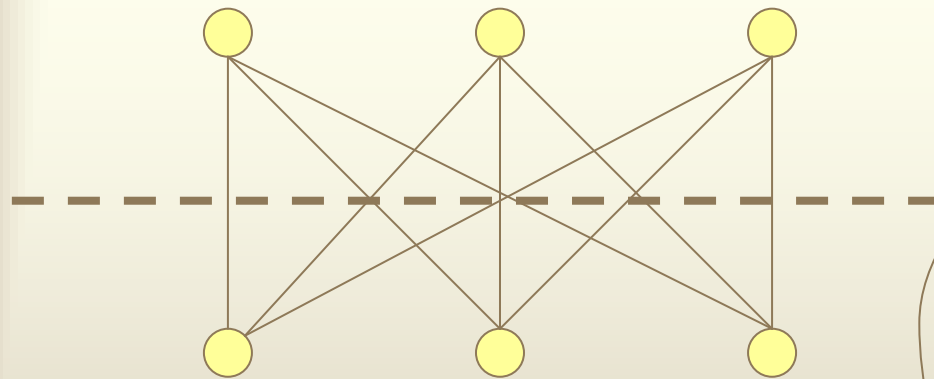
Kazimierz Kuratowski, matematico polacco

12
45

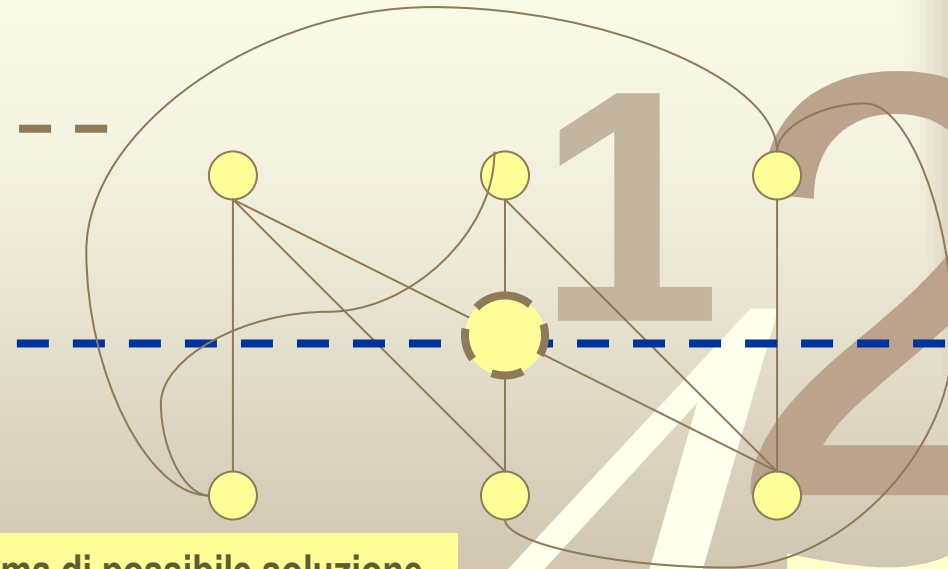
Teoria dei Grafi

Problema “le tre case e le tre forniture”

001 *Si possono collegare tre case a tre fornitori senza che strade, tubature o cavi che le connettono si incrocino? Qual è il numero minimo di incroci che si devono fare ?*



Schema del problema



Schema di possibile soluzione

Il Teorema di **Kuratowski** ci permette di dichiarare l'impossibilità di generare 0 incroci e indicare 1 è il numero minimo di essi.

Teoria dei Grafi

Grafi e proto-problemi

0011

Il problema dei ***ponti di Königsberg***

Il problema del ***commesso viaggiatore***

Il problema delle **tre case** e delle **tre forniture**

Il problema dei **quattro colori**

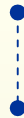
45

Teoria dei Grafi

Problema del Commesso Viaggiatore

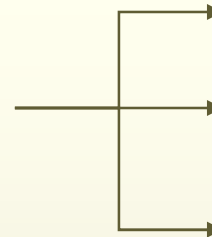
0011

Problema del Commesso Viaggiatore



TSP (Traveling Salesman Problem)

problema di



Teoria dei Grafi

Informatica

Teoria della
Complessità

Data una rete di città, connesse tramite strade, trovare il percorso di minore distanza che un commesso viaggiatore deve seguire per visitare tutte le città una e una sola volta.

Studio della complessità descrittiva degli algoritmi in maniera indipendente dalla risorse computazionali che richiedono per essere eseguiti.

In termini topologici o di grafo

Dato un grafo completo, pesato, trovare il ciclo **hamiltoniano** più economico (con peso minore)

Problemi logistici, robotica ed elettronica.....

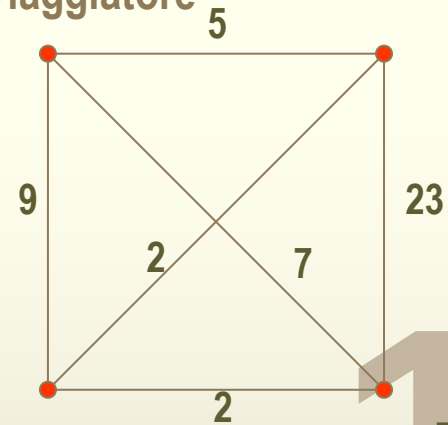
Teoria dei Grafi

Problema del Commesso Viaggiatore

0011

Grafo completo
con n nodi K_n

K_4



Pesato

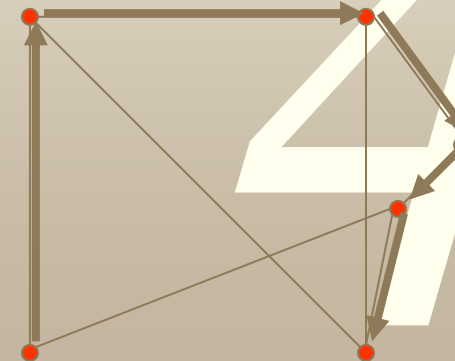
Cammino
hamiltoniano

Cammino, in un grafo semplice che passa
(*visita*) una ed una sola volta ogni nodo.

Se primo e ultimo nodo
coincidono

Ciclo hamiltoniano

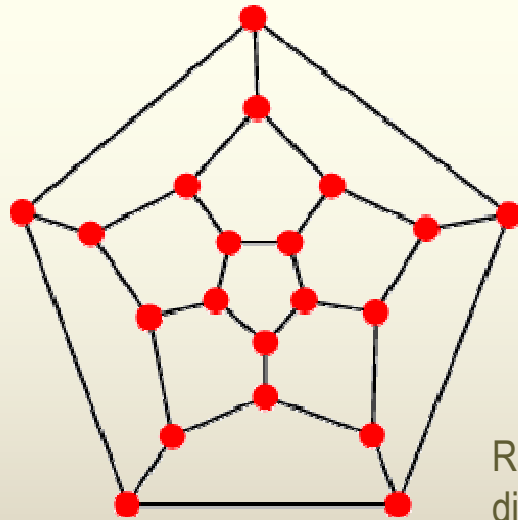
Cammino
hamiltoniano



Teoria dei Grafi

Problema del Commesso Viaggiatore

0011



Rappresentazione su un piano
di un **dodecaedro**

William Rowan Hamilton, scienziato irlandese,
inventò il gioco da tavola detto **puzzle di
hamilton** (o **icosian game**)

Scopo dell'**icosian game**: trovare un cammino
hamiltoniano tra i vertici di un dodecaedro.

Il teorema di **Dirac** definisce una condizione sufficiente (ma non necessaria) affinché un grafo con n vertici sia **hamiltoniano**: il grado di ogni vertice (cioè il numero di spigoli adiacenti) deve essere maggiore o uguale a $n / 2$.

Teoria dei Grafi

Problemi di Cammino Minimo (SP - Shortest Path)

C Dato un grafo pesato qual è il cammino che unisce 2 nodi (vertici) dati che è minimo rispetto al valore della somma dei costi (pesi) associati a ciascun arco?

Una soluzione del problema si dice

algoritmo di tracciamento (di rotta)

o

“pathing algorithm”

Nel campo delle telecomunicazioni, a volte viene detto **min-delay path problem**.

Gioco dei **6 gradi di separazione** introdotto dallo scrittore ungherese Frigyes Karinthy in *Catene*, un racconto breve del 1929.

Esempio: “Query solver” di shortest path sulla Wikipedia inglese



Un algoritmo possibile per la soluzione:

Algoritmo di Dijkstra

(per cammini con una sola sorgente e valori 0 o positivi degli archi)

