

Esercitazioni di probabilità e statistica per casa

Esercizio 44:

La durata della vita di una batteria per la macchina è descritto da una variabile aleatoria X avente distribuzione esponenziale negativa con parametro $\lambda = \frac{1}{3}$.

- Determinare la durata della vita della batteria e la variazione intorno alla sua media.
- Calcolare la probabilità che la batteria funzioni tra 2 e 4 unità di tempo.
- Se la batteria ha superato le 3 unità di tempo, qual è la probabilità che superi una ulteriore unità di tempo?

Esercizio 45:

La temperatura normalizzata di un motore è una v.a. la cui densità di probabilità è :

$$f_X(x) = n(1-x)^{n-1}, \quad \text{se } 0 \leq x \leq 1$$

e zero dalle altre parti.

- Dimostrare che $f_X(x)$ è una funzione di distribuzione valida.

Esercizio 46:

La CDF di una variabile aleatoria è:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & x < -1 \\ (x+1)/2 & -1 \leq x \leq 1 \\ 1 & x \geq 1 \end{cases}$$

- Qual è la probabilità $\Pr\{X > \frac{1}{2}\}$?
- $\Pr\{-\frac{1}{2} < X \leq \frac{3}{4}\}$?
- $\Pr\{|X| \leq \frac{1}{2}\}$?
- Qual è il valore di a tale che $\Pr\{X \leq a\} = 0.8$?

Esercizio 47:

Un campione casuale X_1, \dots, X_n è preso da una popolazione Normale con media μ e deviazione standard 1. Dimostrare che

$$t = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2$$

è uno stimatore unbiased di $\mu^2 + 1$

Esercizio 48:

Per il campione casuale X_1, \dots, X_n preso da $N(\mu, \sigma)$, mostrare che la media campionaria \bar{X} è uno stimatore corretto della media della popolazione.

Esercizio 49:

Per il campione casuale X_1, \dots, X_n preso da una popolazione Poissoniana con parametro λ dimostrare che $\frac{n\bar{X}}{n+1}$ è uno stimatore consistente di λ .

Esercizio 50:

Trovare lo stimatore di massima Likelihood (MLE) di μ e σ usando il campione casuale X_1, \dots, X_n preso dalla distribuzione Normale $N(\mu, \sigma)$.