Esercizio 1

La temperatura di una massa di 1 grammo di ferro passa da 18°C a 20°C, alla pressione atmosferica. Calcolare la variazione di energia interna della massa di ferro. Il calore specifico del ferro vale c=448 J/kgK, il coefficiente di dilatazione termica del ferro e pari a $\lambda=1,1\ 10^{-6}K^{-1}$ e la densità del ferro vale $\rho=7,8.10^{3}$ Kgm^{-3}.

Dal primo principio della termodinamica

$$\Delta U = Q - \mathcal{L}$$

$$\Rightarrow Q = c\, m\, \Delta T = 8,91 \cdot 10^{-1}\ J$$

$$\mathcal{L} = p\, \Delta V \quad \text{con} \quad \Delta V = V 3\lambda = \frac{m}{\rho} 3\lambda = 7,1 \cdot 10^{-12}\ m^3$$

$$\Rightarrow \mathcal{L} = p\Delta V = 7,2 \cdot 10^{-7}\ J$$

$$\Delta U = Q - \mathcal{L} \simeq Q = 8,91 \cdot 10^{-1}\ J$$

Esercizio 2

Un recipiente adiabatico e diviso in due parti uguali da una parete isolante. Una parte contiene un gas perfetto a temperatura e pressione iniziali T_1=300K e $p_1=10^5$Pa. Nell'altra parte e contenuta una quantità dello stesso gas perfetto a temperatura e pressione iniziali T_2=500K e $p_2=3\ 10^5$Pa. Se la parete viene rimossa e i due gas si mescolano, determinare la temperatura e la pressione del gas nella condizione di equilibrio finale.

Allo stato iniziale ho

$$p_1 V = m_1 R T_1$$

$$p_2 V = m_2 R T_2$$

Allo stato finale ho

$$p_f V_f = (m_1 + m_2) R T_f \qquad \text{con } V_f = 2V$$

$$p_f = \frac{m_1 R T_f + m_2 R T_f}{2V}$$

$$\text{ma} \quad m_1 = \frac{p_1 V}{R T_1} \qquad m_2 = \frac{p_2 V}{R T_2}$$

$$\Rightarrow p_f = \frac{T_f}{2}\left(\frac{p_1}{T_1} + \frac{p_2}{T_2}\right)$$

- Per calcolare T_f considero che la trasformazione è adiabatica $\Rightarrow Q=0$
- Inoltre $\mathcal{L}=0$ perché $\mathcal{L}=p\Delta V$ ma il volume del recipiente non cambia

$$\Rightarrow \Delta U = 0 = \Delta U_1 + \Delta U_2 = m_1 \cancel{c_v}(T_f - T_1) + m_2 \cancel{c_v}(T_f - T_2) = 0$$

$$\Rightarrow T_f(m_1+m_2) = T_1 m_1 + T_2 m_2$$

$$T_f = \frac{T_1 m_1 + T_2 m_2}{m_1+m_2} = \frac{P_1+P_2}{\frac{P_1}{T_1} + \frac{P_2}{T_2}} = 429\,K$$

$$\Rightarrow P_f = \frac{T_f}{2}\left(\frac{P_1}{T_1}+\frac{P_2}{T_2}\right) = 2\cdot10^5\,Pa$$

Esercizio 3

Un blocco di rame di massa m=0,5kg cade da un’altezza di h=100m in un lago a temperatura T_L=283 K. La temperatura iniziale del blocco di rame vale T_1=423K. Calcolare la variazione di entropia dell’universo in questo processo. Il calore specifico del rame vale c=387 J/KgK.

$$\Delta S_U = \Delta S_{Cu} + \Delta S_{lago}$$

$$- \Delta S_{Cu} = \int_{T_1}^{T_L} \frac{dQ}{T} = \int_{T_1}^{T_L} mc\frac{dT}{T} = mc\ln\left(\frac{T_L}{T_1}\right) = -77,8\ J/K$$

Il lago può essere come una sorgente termica a T costante

$$\Rightarrow \Delta S_{lago} = \frac{Q_L}{T_L} \quad \text{con } Q_L\text{: energia assorbita dal lago}$$

$$\Rightarrow Q_L = mgh + mc\Delta T = mgh + mc(T_1 - T_L) = 2,76\cdot10^4\ J$$

$$\Rightarrow \Delta S_{lago} = \frac{Q_L}{T_L} = 97,5\ J/K$$

$$\Rightarrow \Delta S_U = \Delta S_{Cu} + \Delta S_{lago} = 19,7\ J/K$$

Esercizio 4

Due moli di gas ideale, inizialmente nello stato 1, vengono messi a contatto termico con un serbatoio a temperatura di 800 K e raggiungono mediante una trasformazione isocora irreversibile uno stato termodinamico 2 (T_2=800 K). Tramite una espansione isoterma reversibile il gas raggiunge lo stato 3 tale che $V_3=2V_2$. Successivamente, il gas viene riportato allo stato 1 mediante una trasformazione isobara reversibile. Il calore specifico del gas a pressione costante dipende dalla temperatura e può essere scritto come $c_p/R=2 + 0.02T$. Determinare tutti i calori scambiati per ogni trasformazione e calcolare il rendimento del ciclo. Quanto vale il lavoro lungo la trasformazione 3-1?

Trasformazione 1-2

$c_p - c_v = R \Rightarrow c_v = R(1+0{,}02T)$

$\mathcal{L}_{1-2} = 0$ poiché isocora $\Rightarrow \Delta U_{1-2} = Q_{1-2}$

$$\Delta U_{1-2} = \int_{T_1}^{T_2} m c_v \, dT = \int_{T_1}^{T_2} mR(1+0{,}02T)\,dT$$

Calcolo T_1 considerando che $T_2 = T_3$ e $p_1 = p_3$

$\Rightarrow p_1 V_1 = mRT_1$

$p_3 V_3 = mRT_3$ $\Rightarrow$ Divido membro a membro

$$\frac{V_1}{V_3} = \frac{T_1}{T_3} = \frac{T_1}{T_2} \quad \text{ma } V_1 = V_2 \Rightarrow \frac{V_2}{V_3} = \frac{T_1}{T_2} \text{ con } V_3 = 2V_2$$

$$\Rightarrow T_1 = \frac{T_2}{2} = 400K$$

$$\Rightarrow Q_{1-2} = \Delta U_{1-2} = mR\int_{T_1}^{T_2}(1+0{,}02T)\,dT = mR\left[T + 0{,}01T^2\right]_{400K}^{800K} = 8{,}65\cdot 10^4 \text{ J}$$

Trasformazione 2-3

$\Delta U_{2-3} = 0$ (isoterma)

$$Q_{2-3} = \mathcal{L}_{2-3} = \int_{V_2}^{V_3} p\,dV = mRT_2\int_{V_2}^{V_3}\frac{dV}{V} = mRT_2 \ln\left(\frac{V_3}{V_2}\right) = 9{,}22\cdot 10^3 \text{ J}$$

Trasformazione 3-1

$$Q_{3-1} = \int_{T_3}^{T_1} m c_p\,dT = \int_{T_3}^{T_1} m(2R + R\,0{,}02T)\,dT = 2mRT\Big|_{T_3}^{T_1} + mR\,0{,}01T^2\Big|_{T_3}^{T_1} = -9{,}31\cdot 10^4 \text{ J}$$

$$\mathcal{L}_{3-1} = Q_{3-1} - \Delta U_{3-1}$$

$$\Delta U_{3-1} = \int_{T_3}^{T_1} m c_v\,dT = \int_{T_3}^{T_1} mR(1+0{,}02T)\,dT = -8{,}65\cdot 10^4 \text{ J}$$

$$\Rightarrow \mathcal{L}_{3-1} = Q_{3-1} - \Delta U_{3-1} = -6{,}65\cdot 10^3 \text{ J}$$

$$\eta = \frac{\mathcal{L}_{TOT}}{Q_a} = 1 - \frac{Q_{ced}}{Q_{ass}} = 0{,}027 \quad \text{con } Q_{ced} = Q_{3-1}$$

$$Q_{ass} = Q_{1-2} + Q_{2-3}$$

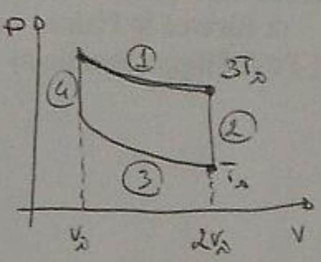
Esercizio 5

Nel 1827 Robert Sterling inventò il "motore a Sterling", che ha trovato fin da allora numerose applicazioni. Il carburante viene bruciato esternamente per riscaldare uno dei due cilindri della macchina. Una quantità fissa di gas inerte si muove ciclicamente fra i cilindri, espandendosi in quello caldo e comprimendosi in quello freddo, secondo il ciclo termodinamico rappresentato in figura. Date n moli di gas perfetto monoatomico che compie un ciclo reversibile fra le isoterme a temperatura 3Ti e Ti, e due trasformazioni a volume costante, determinare

a) l'energia trasferita tramite il calore al gas, in funzione di n, R e T;

b) il rendimento della macchina.

a) $\Delta U = 0$ (isoterma)



$$Q = L = \int_{V_i}^{V_f} p\,dV = nRT \int_{V_i}^{V_f} \frac{dV}{V}$$

$$\Rightarrow Q_1 = nR3T_i \ln\left(\frac{2V_i}{V_i}\right) = nR3T_i \ln 2$$

$$Q_3 = nRT_i \ln\left(\frac{V_i}{2V_i}\right) = nRT_i \ln\left(\frac{1}{2}\right)$$

Per un'isocora $\Delta U = Q = n c_v \Delta T$

$$\Rightarrow Q = \int_{T_i}^{T_f} \frac{3}{2} nR\,dT$$

$$\Rightarrow Q_2 = \frac{3}{2} nR (T_i - 3T_i)$$

$$Q_4 = \frac{3}{2} nR (3T_i - T_i)$$

$$\Rightarrow Q_{TOT} = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 = 2nRT_i \ln 2$$

b) $$\eta = \frac{L_{TOT}}{Q_{ass}} = \frac{Q_{TOT}}{Q_{ass}} = \frac{2nRT_i \ln 2}{Q_1 + Q_4} = \frac{2\cancel{n}\cancel{R}\cancel{T_i} \ln 2}{3\cancel{n}\cancel{R}\cancel{T_i} (\ln 2 + 1)} = 0{,}273 = 27{,}3\,\%$$