

Esercizio 1

Un pacco di massa 2.0 kg sta scivolando senza attrito su una superficie con velocità $v_i = 4.0$ m/s. Va a finire contro una molla e la comprime fino ad arrestarsi momentaneamente. La superficie è priva di attrito per il tratto su cui scivola liberamente, mentre dal punto in cui tocca la molla in avanti agisce sul pacco una forza di attrito di modulo 15.0 N. La costante elastica della molla vale 10000 N/m. Di che lunghezza d si comprime la molla per arrestare il pacco ?

Considero tutte le forze in gioco

$$\Delta E_{\text{mecc}} + \Delta E_{\text{est}} = 0$$
$$\Delta E_{\text{mecc}} = \Delta K + \Delta U_g + \Delta U_e$$
$$\Delta K = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2 = -\frac{1}{2} m v_i^2$$
$$\Delta U_g = 0 \quad (\text{movimento su un piano})$$
$$\Delta U_e = \int_{x_0}^{x_f} F_e dx = \left. \frac{1}{2} k x^2 \right|_0^d = \frac{1}{2} k d^2$$
$$\Delta E_a = F_a d =$$
$$\Rightarrow \frac{1}{2} m v_i^2 - \frac{1}{2} k d^2 - F_a d = 0$$
$$\frac{1}{2} k d^2 + F_a d - \frac{1}{2} m v_i^2 = 0$$
$$\Rightarrow d = \frac{-F_a \pm \sqrt{F_a^2 + m k v_i^2}}{k} = 5.5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

Esercizio 2

Se le ruote di un'auto sono bloccate durante una frenata di emergenza l'auto scivola sulla strada. Le tracce di frenata più lunghe (**290 m**) sono state misurate nel 1960 in Gran Bretagna. Supponendo che il coefficiente di attrito dinamico fosse $\mu_d = 0.60$, calcolare la velocità dell'auto all'istante di bloccaggio delle ruote.

Al momento del bloccaggio delle ruote la moto uniformemente accelerata

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

Detto che

$$v \, dx = v \, a \, dt = a \frac{dx}{\frac{dx}{v}} = a \, dx$$
$$\Rightarrow \int_{v_0}^v v \, dv = a \int_{x_0}^x dx \Rightarrow \frac{1}{2}(v^2 - v_0^2) = a(x - x_0)$$
$$\Rightarrow v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

L'unica forza in gioco è la forza d'attrito

$$ma = -F_a = -\mu_s N \quad \text{con } N = mg$$
$$\Rightarrow ma = -\mu_s mg$$
$$\Rightarrow a = -\mu_s g$$

La velocità al momento del bloccaggio delle ruote

$$v_0 = 0$$
$$\Rightarrow v_1 = \sqrt{2a(x - x_0)} = \sqrt{2\mu_s g(x - x_0)} = 58,1 \text{ m/s}$$

Esercizio 3

Sulle ali di un aereo in volo, la cui massa è $M=50.000$ Kg, si forma del ghiaccio che ne aumenta la massa. Se la variazione di massa nell'unità di tempo è 7 Kg/s e l'aereo vola ad una velocità costante di 800 Km/h verso Est, qual è la variazione della quantità di moto? Se, invece, quando inizia a formarsi il ghiaccio i motori sono già al massimo e la spinta non può essere aumentata, cosa succede?

La quantità di moto vale $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$

$$\Rightarrow \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}(m \vec{v}) = \frac{dm}{dt} \vec{v} + m \vec{a} \quad (m \cdot \vec{v} = \text{cost} \Rightarrow \vec{a} = 0)$$
$$\Rightarrow \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{dm}{dt} \vec{v} = 1,56 \cdot 10^6 \frac{\text{Kg}}{\text{s}} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Se non posso aumentare la spinta

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{dm}{dt} \vec{v} + m \vec{a} = 0$$
$$\Rightarrow \vec{a} = \frac{-\frac{dm}{dt} \vec{v}}{m} = -3,12 \cdot 10^{-2} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$