

Esercizio 1

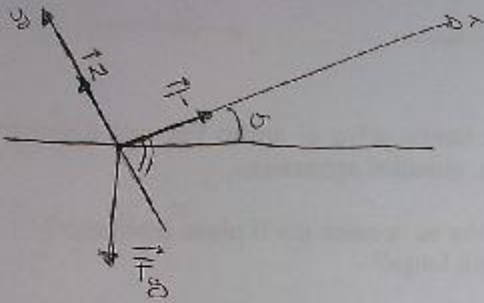
Una cassa di 15 kg è trascinata in salita a velocità costante su una rampa priva di attrito per una distanza $d=5.70\text{m}$, fino a un'altezza $h = 2.50\text{ m}$ rispetto al suo punto di partenza, quindi si arresta.

a) quanto lavoro viene svolto dalla forza gravitazionale F_g ?

b) quanto lavoro viene compiuto sulla cassa dalla forza T del cavo che tira su la cassa per il piano inclinato ?

c) cosa succede se sollevo la cassa della stessa quota h ma con rampa più lunga?

a) Disegno il diagramma del corpo libero



Il lavoro della forza peso è dato da

$$L_g = \vec{F}_g \cdot \vec{d} = F_g d \cos(90^\circ + \theta) = mgd(-\sin\theta)$$

con $d \sin\theta = h$

$$\Rightarrow L_g = -mgh = -368\text{ J} \quad (\text{Il peso è una forza conservativa } \Rightarrow \text{ il lavoro dipende solo da } h!)$$

b) Applico il teorema dell'energia cinetica

$$\Delta K = L_T + L_g + L_N \rightarrow \text{considero solo l'asse } x$$

$$\Rightarrow \Delta K = L_T + L_g \quad \text{ma } \Delta K = 0 \text{ poiché } v_i = v_f = 0$$

$$\Rightarrow L_T = -L_g = 368\text{ J}$$

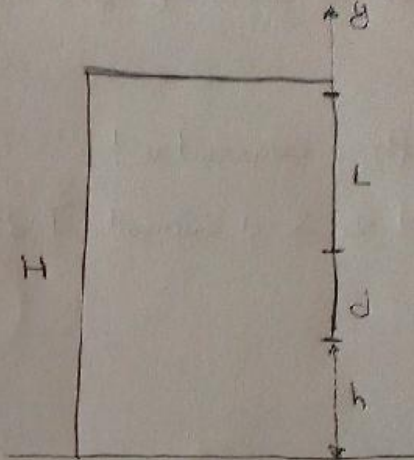
c) Il lavoro non cambia, forza conservativa!

$$\Rightarrow L_T = \vec{T} \cdot \vec{d} = Td \cos 0^\circ = Td \Rightarrow \text{ se } d \text{ aumenta, } T \text{ diminuisce}$$

Esercizio 2

Una praticante di salto con l'elastico si trova su un ponte alto 45.0 m sul livello del fiume. La ragazza ha una massa di 61.0 kg. Allo stato di riposo la corda elastica ha una lunghezza di 25.0 m. Supponiamo che la corda segua la legge di Hooke, con costante elastica $k = 160 \text{ N/m}$. Se la saltatrice si arresta prima di avere raggiunto l'acqua, a quale quota h si trova al di sopra del livello del fiume?

Ho solo forze conservative

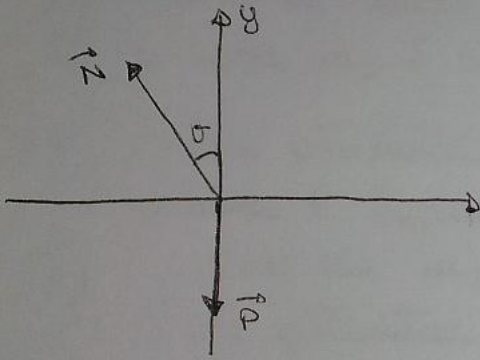
$$\Delta E_{\text{mecc}} = 0$$
$$\Delta E_{\text{mecc}} = \Delta K + \Delta U_g + \Delta U_e = 0$$
$$\Delta K = 0 \text{ perché } v_i = v_f = 0$$

$$\Delta U_g = -mg(L+d)$$
$$\Delta U_e = \int_0^d \vec{F}_e \cdot d\vec{x} = \frac{1}{2} kx^2 \Big|_0^d = \frac{1}{2} kd^2$$
$$= 0 - mg(L+d) + \frac{1}{2} kd^2 = 0$$
$$\frac{1}{2} kd^2 - mgd - mgL = 0 \Rightarrow d = \frac{mg \pm \sqrt{(mg)^2 + 2kmgL}}{k} = 17,9 \text{ cm (Ho preso la radice positiva!)$$
$$\Rightarrow \Delta h = H - (L+d) = 2,1 \text{ m}$$

Esercizio 3

Un ingegnere vuole progettare una rampa sopraelevata per la strada, tale che le macchine non debbano fare affidamento sull'attrito per affrontare la curva senza slittare. Si supponga che l'auto percorra la curva a 48 km/h e che il raggio della curva sia 50.0 m.

Con quale angolazione deve essere sopraelevata la curva ?

Disegno e diagramma di forze



La forza che agisce, essendo un moto circolare, è la forza centripeta

$$\Rightarrow \begin{cases} \vec{F}_c + \vec{N}_x = 0 \\ \vec{N}_y + \vec{P} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} m \frac{v^2}{R} = N \sin \theta \\ N \cos \theta = mg \end{cases} \quad \begin{cases} N \sin \theta = \frac{mv^2}{R} \\ N \cos \theta = mg \end{cases}$$

Divido membro a membro

$$\tan \theta = \frac{v^2}{Rg} \Rightarrow \theta = \tan^{-1} \left(\frac{v^2}{Rg} \right) = 20,1^\circ$$