Monitoraggio e diagnostica dei sistemi meccanici

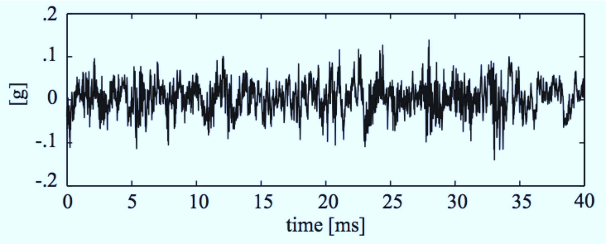
Gianluca D'Elia

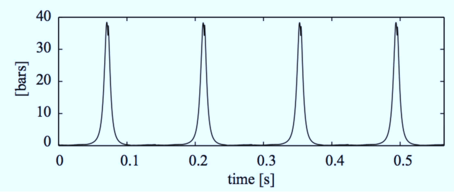
L'antinomia della non-stazionarietá - 1

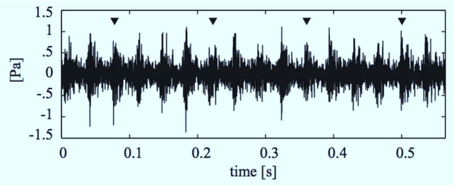
- Per definizione un segnale stazionario rappresenta un fenomeno fisico che mantiene le sue statistiche invariate nel tempo.
- Anche se tutt'ora utilizzata, questa assunzione difficilmente puó essere applicata a sistemi che contengono elementi rotanti. Infatti questi sistemi rilasciano energia ritmicamente.
- L'informazione nel segnale é legata ad un contenuto non-stazionario
- Tecniche tempo-frequenza sono principalmente dei tools di analisi non una metodologia di processamento

CICLOSTAZIONARIEÁ

L'antinomia della non-stazionarietá - 2







Decomposizione dell'energia: estrazione di un trend costante - 1

- Un segnale random non puó essere descritto da un'equazione, l'unica maniera per descrivere le sue proprietá é utilizzando alcune statistiche.
- Per un segnale random stazionario le statistiche sono indipendenti dal tempo.
- Per segnali di vibrazione un'importante informazione risiede nell'oscillazione del segnale attorno alla media (componente AC), che viene descritta dal valore quadratico medio, o dalla sua radice (RMS). Questa un'indicazione della variazione media dell'energia rilasciata dal segale, cioé la sua potnza.

Chiamiamo $\mathcal{P}_0$ l'oeratore che estrae il valore medio temporale (componente DC) di un segnale. Quindi il valore medio m_x e la potenza media P_x di un segnale $x(t)$ sono:

$$m_x = \mathcal{P}_0 = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_T x(t)dt$$

$$P_x = \mathcal{P}_0\{|x(t)|^2\} = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_T |x(t)|^2 dt$$

Decomposizione dell'energia: estrazione di un trend costante - 2

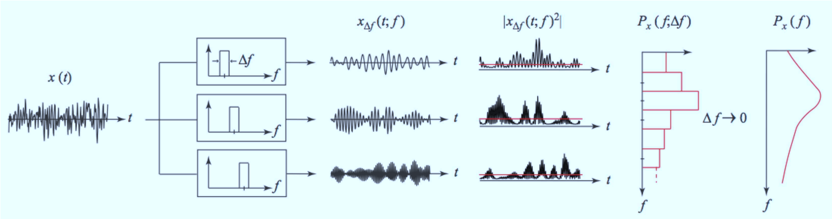
- m_x e P_x sono insufficienti a caratterizzare il comportamento statistico di un segnale, é ben noto che molte caratteristiche di un segnale sono bene evidenziate da un analisi di frequenza.
- In pratica l'analisi statistica di un segnale random consiste nel misurare il flusso medio dell'energia in una banda di frequenza infinitesima.

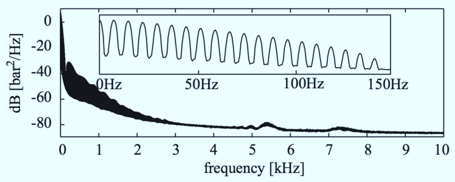
Chiamiamo $x_{\Delta f}(t; f)$ la versione di $x(t)$ filtrata attraverso una banda Δf centrata alla frequenza f. L'energia media che fluisce attraverso la banda Δf data da $\mathcal{P}_0\{|x_{\Delta f}(t; f)|^2\}$. La densitá di energia per Hz puó essere misurata:

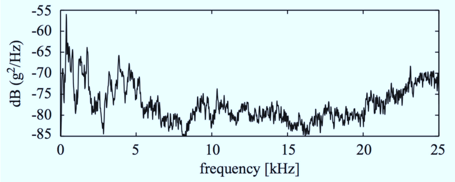
$$P_x(f) = \lim_{\Delta f \to 0} \frac{P_x(f; \Delta f)}{\Delta f} = \lim_{\Delta f \to 0} \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T \Delta f} \int_T |x_{\Delta f}(t; f)|^2 dt$$

Questa quantit definise la PSD e descrive come l'energia trasportata dal segnale viene distribuita nel dominio delle frequenze.

Decomposizione dell'energia: estrazione di un trend costante - 3







Decomposizione dell'energia: estrazione di trend periodici - 1

- L'operazione di media temporale all'interno dell'operatore $\mathcal{P}_0$ appiattisce la struttura temporale contenuta nel segnale.
- L'idea centrale é quella di decomporre quindi l'energia non solo in un trend costante, ma anche in una componente periodica.

Chiamiamo $\mathcal{P}_\alpha$ l'operatore che estrae la componente periodica alla frequenza α

$$\mathcal{P}_\alpha\{\cdot\} = \left(\lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_T (\cdot) e^{-j2\pi\alpha t} dt \right) e^{j2\pi\alpha t} = \mathcal{P}_0\{(\cdot)e^{-j2\pi\alpha t}\} e^{j2\pi\alpha t}$$

La frequenza α viene chiamata frequenza ciclica del segnale, ed il suo inverso é il ciclo.

Chiamiamo $\mathcal{P}$ l'operatore che estrae tutte le componenti periodiche di una funzione temporale

$$\mathcal{P}\{\cdot\} = \sum_{\alpha \in \mathcal{A}} \mathcal{P}_\alpha$$

Dove il set $\mathcal{A}$ contiene tutte le frequenze cicliche α associate a componenti periodiche di ampiezza non nulla.

Potenza Media Istantanea - 1

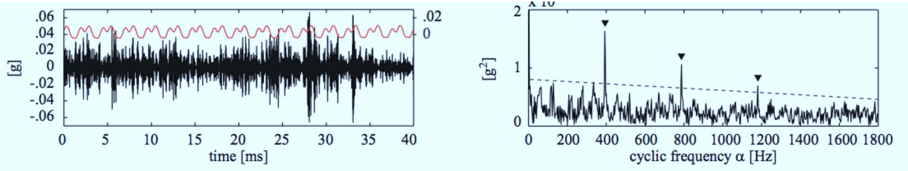
- Quando l'operatore $\mathcal{P}$ viene applicato al flusso di energia $|x(t)|^2$ per unitá di tempo ad ongi istante t, si ottiene:

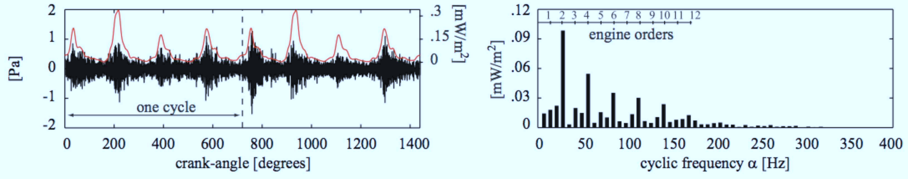
$$\begin{aligned} P_x(t) &= \mathcal{P}\{|x(t)|^2\} \qquad \text{Potenza Media Istantanea} \\ &= \sum_{\alpha \in \mathcal{A}} P_x^\alpha e^{j2\pi\alpha t} \end{aligned}$$

Dove:

$$P_x^\alpha = \mathcal{P}_0\{|x(t)|^2 e^{-j2\pi\alpha t}\} \qquad \text{Potenza Ciclica}$$

Potenza Media Istantanea - 2





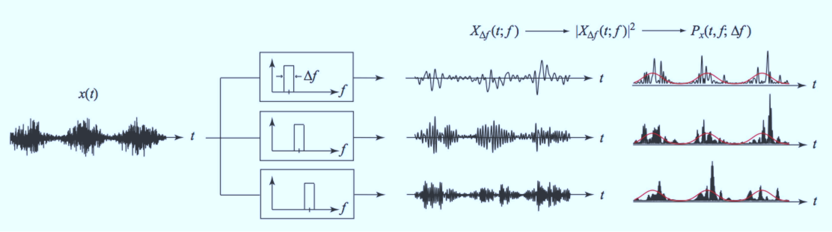
Spettro di potenza istantaneo

- La potenza media istantanea $P_x(t)$ ci fornisce una visione globale di come l'energia del segnale sta fluendo rispetto al tempo. Questo puó non essere sufficiente per rilevare alcune periodicitá nascoste all'interno del segnale.
- Vediamo quindi come la potenza media istantanea é distribuita in frequenza.

Consideriamo quindi $x_{\Delta f}(t; f)$. Tramite l'utilizzo dell'operatore $\mathcal{P}$, la potenza media istantanea attraverso una banda Δf centrata in f é data da:

$$P_x(t, f; \Delta f) = \mathcal{P}\{|x_{\Delta f}(t; f)|^2\}$$

Questa quantit descrive la propagazione dell'energia rispetto al tempo ed alla frequenza.



Cyclic Modulation Spectrum - 1

- La trasformata di Fourier dello spettro di potenza istantaneo é:

$$P_x(t, f; \Delta f) = \sum_{\alpha \in \mathcal{A}} P_x^{\alpha}(f; \Delta f) e^{j2\pi\alpha t}$$

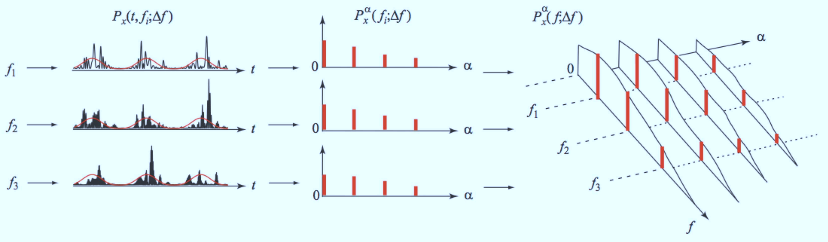
Dove:

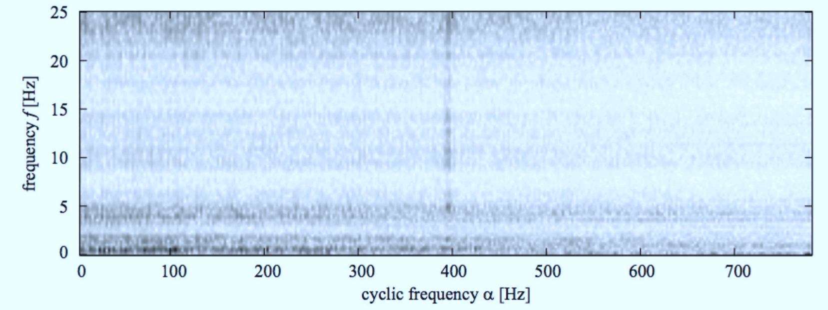
$P_x^{\alpha}(f; \Delta f) = \mathcal{P}_0\{|x_{\Delta f}(t; f)|^2 e^{-j2\pi\alpha t}\}$ cyclic modulation spectrum

$\alpha_{max} \leqslant 4\pi\Delta f$

- Il cyclic modulation spectrum é una funzione della variabile f che viene indicizzata dalla variabile α. f é la frequenza spettrale, mentre α é la frequenza ciclica. In aggiunta rende noto tutto il set $\mathcal{A}$ di frequenze cicliche con cui l'energia del segnale si sta muovendo nel tempo.
- La frequenza centrale f puó quindi essere interpretata come la frequenza portante del treno d'onda che trasporta l'energia, mentre la frequenza ciclica α é la sua frequenza di modulazione.

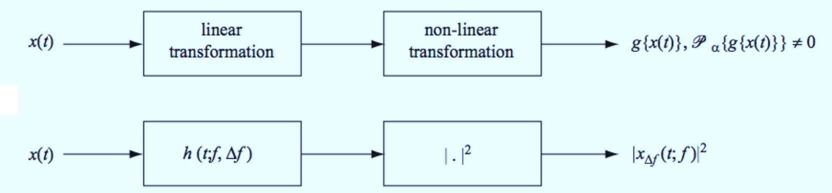
Cyclic Modulation Spectrum - 2





Definizione generale di ciclostazionarietá

Un segnale é ciclostazionario se esiste una serie di trasformazioni lineari e non-lineari capace di estrarre componenti periodiche. In particolare, un segnale esibisce ciclostazionaritá ad una frequenza α se esiste una serie di trasformazioni lineari e non-lineari che produce una componente sinusoidale a frequenza α.



Decomposizione deterministica/random

Ogni segnale puó essere decomposto in una parte deterministica ed in una parte random:

$$x(t) = \mathcal{P}\{x(t)\} + \mathcal{R}\{x(t)\}$$