

In tutti i metodi parametrici, essendo i dati osservati approssimati dall'uscita del modello, la scelta dell'ordine del modello è uno degli aspetti più critici. L'esperienza mostra che un modello di ordine troppo basso porta a stime spettrali con risoluzione insufficiente, mentre uno di ordine troppo alto produce dei picchi spuri.

2.2.11. Altri metodi di stima spettrale

Si deve a Capon lo stimatore spettrale di minima varianza (MV), poi riformulato da Lacoss sotto la denominazione di *maximum likelihood method (MLM)*.

La sua risoluzione spettrale è più elevata di quella degli estimatori spettrali classici, anche se inferiore a quella dell'estimatore AR. L'estimatore minimizza la varianza dell'uscita di un filtro a banda stretta che si adatta al contenuto spettrale del processo d'ingresso ad ogni frequenza di interesse.

L'area sottesa alla stima dello stimatore MV non rappresenta la potenza totale del segnale, perciò la stima dello stimatore MV non rappresenta una vera PSD e la sua trasformata inversa di Fourier non fornisce l'autocorrelazione. Tuttavia lo stimatore MV fornisce dei picchi le cui altezze sono linearmente proporzionali alla potenza delle sinusoidi presenti nel segnale.

La **decomposizione armonica di Pisarenko (PHD)** e l'algoritmo **MUSIC (Multiple Signal Classification)** sono invece metodi basati sull'analisi degli autovalori di una matrice di autocorrelazione o di una matrice di dati. Anch'essi non forniscono una vera stima della PSD, poiché non conservano la potenza del segnale e la trasformata inversa di Fourier della stima è diversa dall'autocorrelazione; tuttavia forniscono picchi aguzzi in corrispondenza delle componenti spettrali. La caratteristica fondamentale di tali metodi è la separazione dell'informazione presente nelle matrici anzidette in due sottospazi vettoriali, un sottospazio del segnale e un sottospazio del rumore.

2.2.12. Le analisi congiunte tempo/frequenza (e tempo/scala)

L'analisi di Fourier ha un serio inconveniente: nella trasformazione al dominio della frequenza si perde l'informazione sul tempo: è impossibile dire quando un particolare evento ha avuto luogo. Così ad esempio tanto il segnale della fig. 55, costituito dalla somma di quattro sinusoidi presen-

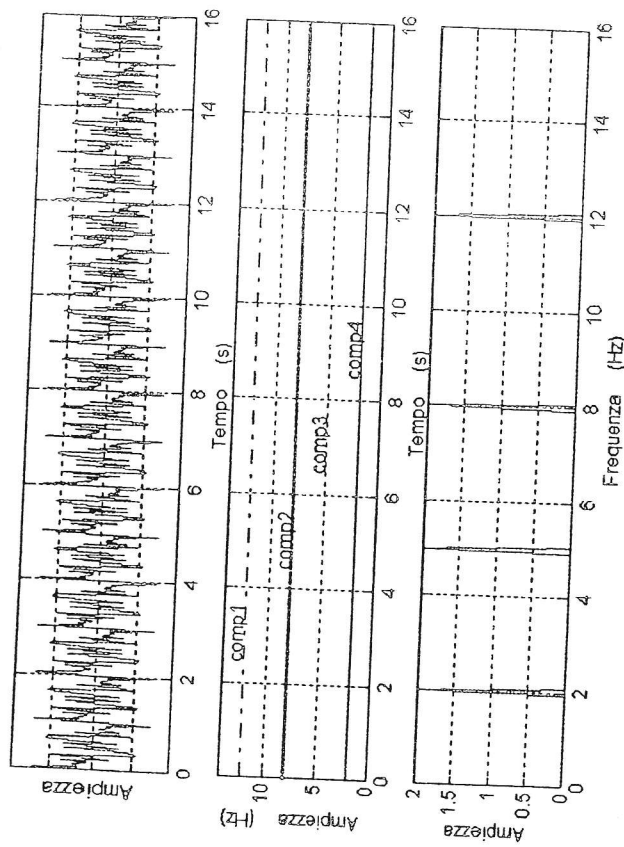


Fig. 55

ti durante tutta la finestra di acquisizione, quanto il segnale della fig. 56, nel quale le stesse sinusoidi sono presenti solo una successivamente all'altra, danno luogo alla stessa trasformata di Fourier.

Analogamente i due segnali presenti nella fig. 57, corrispondenti rispettivamente alla risposta di un sistema lineare ad un'eccitazione stazionaria costituita da un rumore bianco ed alla risposta all'impulso dello stesso sistema, hanno la stessa densità spettrale di potenza.

Se il segnale non cambia molto nel tempo (segnale stazionario) quest'inconveniente non è molto grave. Tuttavia la maggior parte dei segnali di interesse contengono caratteristiche non stazionarie, cioè transitorie: deriva, tendenza, bruschi cambiamenti, inizi e fini di eventi. Queste caratteristiche sono spesso la parte più importante del segnale e l'analisi di Fourier non è adatta a rilevarle. A tal fine sono state sviluppate **Analisi Tempo-Frequenza (TFA)** o **Analisi Tempo-Scala (TSA)**. Queste analisi non stazionarie hanno recentemente attirato molta attenzione nel monitoraggio delle condizioni del macchinario, innanzitutto perché i sintomi di incipienti avarie degli elementi di macchine sono in generale transitori, in

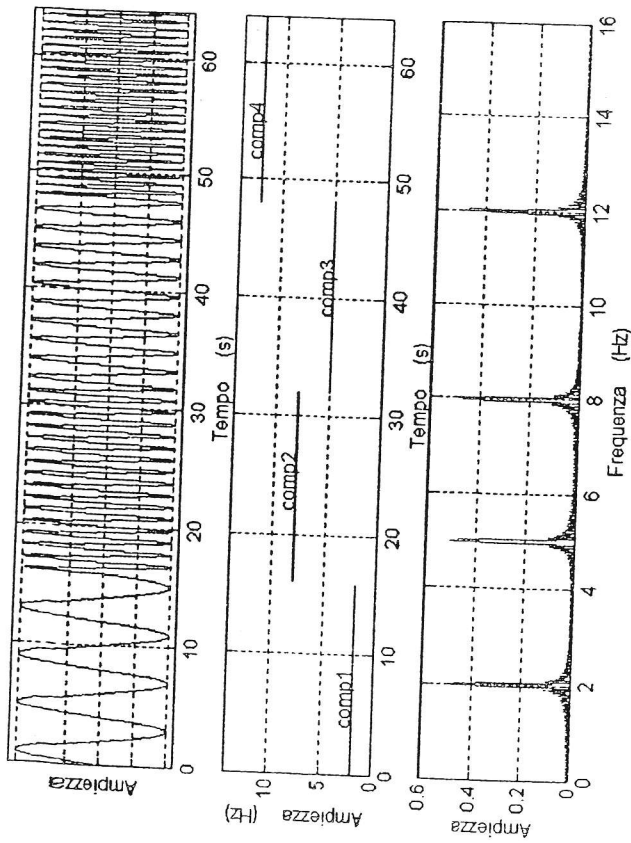


Fig. 56

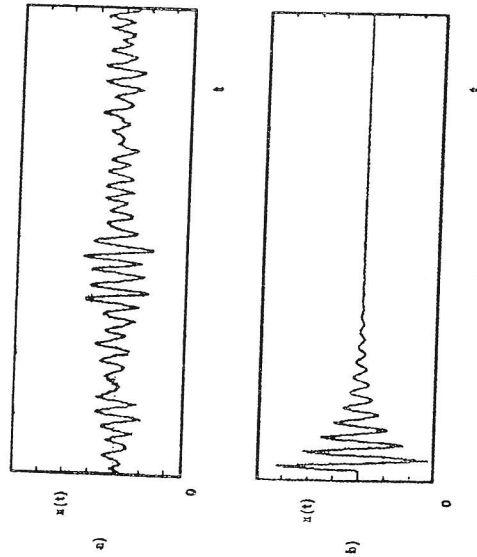


Fig. 57

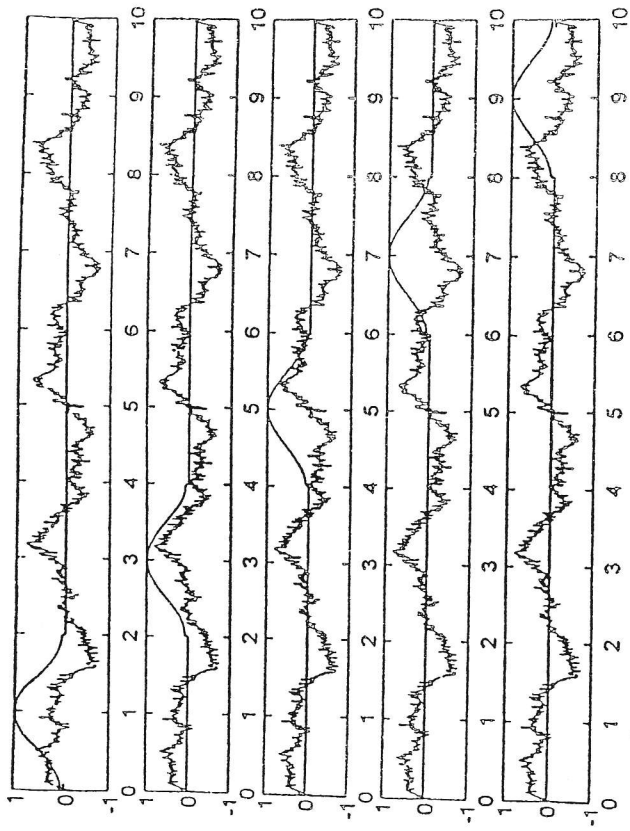


Fig. 58

secondo luogo perché le caratteristiche di moto di alcune macchine (motori, robot, ecc.) sono non stazionarie, infine perché nelle macchine rotanti le fasi di *run up* e di *coast down* sono sorgenti di informazioni fondamentali. Le analisi Tempo-Frequenza o Tempo-Scala si distinguono in tecniche lineari (**Short Time Fourier Transform, Trasformata di Gabor, Wavelets**) e tecniche quadratiche (**Distribuzione di Wigner-Ville, Distribuzione di Choi-Williams**); le tecniche quadratiche possono creare negli spettri dei picchi fittizi a causa dei termini misti delle espressioni quadratiche.

La **Short Time Fourier Transform (STFT)** effettua una finestrazione del segnale, analizzando così solo una piccola sezione del segnale alla volta (fig. 58).

La STFT effettua una mappatura del segnale in una funzione bidimensionale del tempo e della frequenza (figg. 59 e 60).

La STFT al tempo τ e ad una frequenza f di un segnale campionato $x(t)$ è definita come

$$\text{STFT}(\tau, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} w(t - \tau) x(t) e^{-j2\pi ft} dt$$

cioè la STFT fornisce informazioni spettrali intorno al tempo τ per mezzo della trasformata di Fourier dello spezzone di segnale pesato dalla finestra $w(t)$. Gli spezzoni di segnale generalmente non vengono presi disgiunti, ma si ricoprono per parte della loro lunghezza (percentuale di ricoprimento o di overlap).

Nella **rappresentazione di Gabor** per la finestra $w(t)$ si sceglie la funzione di Gauss

$$w(t) = \frac{1}{\sqrt{\sigma}} e^{-\frac{\pi}{2} \left(\frac{t}{\sigma}\right)^2}$$

La rappresentazione di Gabor offre inoltre una agevole procedura di sintesi, cioè di ricostruzione del segnale $x(t)$ partendo dalla sua rappresentazione tempo-frequenza.

L'espansione di Gabor di un segnale continuo $x(t)$ è data da:

$$x(t) = \sum_m \sum_n C_{m,n} w(t - mT) e^{jn\Omega t}$$

con $m, n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

dove $C_{m,n}$ sono i coefficienti di Gabor (ovvero una matrice di coefficienti complessi che forniscono la rappresentazione tempo/frequenza) che, per come sono ottenuti, risultano essere strettamente legati alle caratteristiche del segnale $x(t)$ e dove $w(t - mT) e^{jn\Omega t}$ rappresenta la finestra di Gauss $w(t)$ (che è autofunzione della trasformata di Fourier, ovvero rimane invariata nel passaggio dal dominio del tempo a quello delle frequenze) traslata lungo l'asse dei tempi (la quantità $t - mT$ è una traslazione temporale) e lungo l'asse delle frequenze (l'esponenziale complesso $e^{jn\Omega t}$ trasla lo spettro della finestra di Gauss lungo l'asse delle frequenze ed il prodotto $n\Omega$ rappresenta tale traslazione essendo $\Omega = 2\pi f$ l'intervallo di campionamento in frequenza). In sintesi l'espansione di Gabor approssima il segnale $x(t)$ mediante opportuni coefficienti ognuno dei quali viene moltiplicato per una finestra gaussiana che viene traslata lungo l'asse dei tempi e delle frequenze fino a ricoprire l'intero dominio del tempo e delle frequenze del segnale. A differenza della STFT, in cui la procedura per arrivare alla rappresentazione tempo/frequenza ha un preciso significato fisico (una successione di FFT lungo tutto l'asse dei tempi), nella rappresentazione di Gabor i coefficienti sono ottenuti in via del tutto diversa, come soluzioni di sistemi lineari. Il principale vantaggio della rappresentazione di Gabor rispetto alla STFT sta nella procedura di sintesi, ovvero nella ricostruzione del segnale $x(t)$ partendo dalla sua rappresentazione tempo/frequenza.

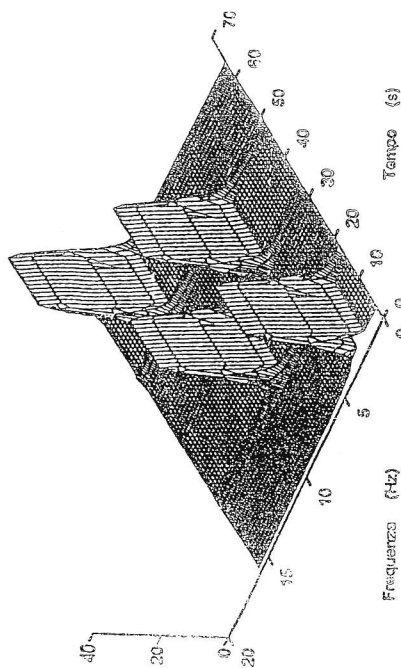


Fig. 59

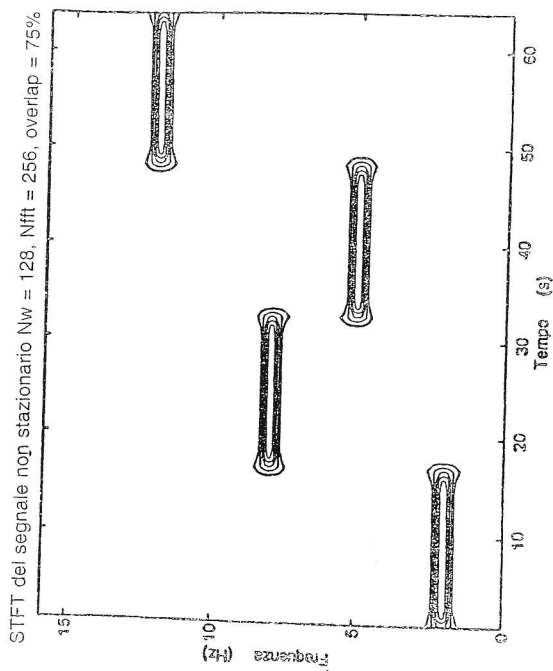


Fig. 60