STATICA

Studia le condizioni di equilibrio dei corpi. Caso particolare della dinamica: forze presenti, ma nessuna variazione di movimento.

Massa: misura della quantità di materia di un corpo, ha la proprietà dell’inerzia (tendenza dei corpi a restare in condizione di quiete o moto rettilineo uniforme).

Principi della dinamica

$$\sum_i \vec{F}_i = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{v} = k$$

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$\vec{F}_{1-2} = -\vec{F}_{2-1}$$

In assenza di forze, un corpo in quiete resta in quiete o, se si muove, si muove di moto rettilineo uniforme (I principio della dinamica o principio di inerzia o di Galileo).

Forza: grandezza fisica che può causare la deformazione oppure la modificazione dello stato di quiete o di moto di un corpo.

La forza è direttamente proporzionale alla massa del corpo e all’accelerazione che subisce (secondo principio della dinamica o legge di Newton): **F**=m**a**.

Ad ogni azione corrisponde una reazione uguale e contraria (terzo principio della dinamica o principio di azione e reazione).

Equazioni cardinali

$$\vec{R} = 0$$

$$\vec{M} = 0$$

Equilibrio statico: né rotazione né traslazione rispetto a sistema di riferimento (per es. posso essere in condizioni statiche rispetto a sistema di riferimento solidale con la Terra ma non rispetto al sole)
Equazioni cardinali della statica del corpo rigido (condizioni di equilibrio):

R=0 risultante delle forze agenti sul corpo, equilibrio alla traslazione

M=0 momento risultante, equilibrio alla rotazione

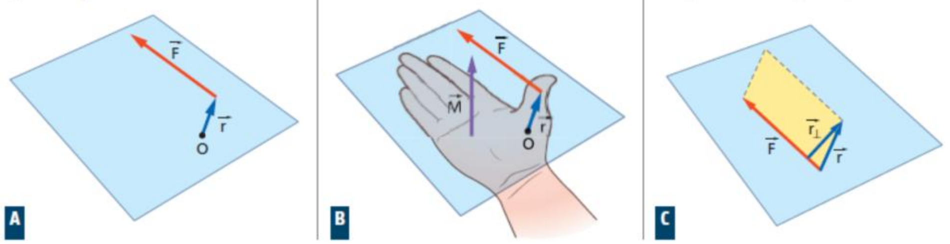
Un corpo è in equilibrio se la risultante delle forze esterne e quella dei momenti sono equivalenti al vettore nullo.

Momento: $$\overrightarrow{M} = \vec{r} \times \overrightarrow{F} [Nm]$$

► La direzione di $\vec{r} \times \vec{F}$ è perpendicolare al piano che contiene O e $\vec{F}$; quindi è quella di $\overrightarrow{M}$.

► Il verso di $\vec{r} \times \vec{F}$ si ottiene con la stessa regola della mano destra che fornisce il verso di $\overrightarrow{M}$.

► Il valore di $\vec{r} \times \vec{F}$ è dato dalla formula $r_\perp F = bF$, che dà il modulo di $\overrightarrow{M}$ (ricorda che $r_\perp = b$).



Leve

Vantaggio: $$V = \frac{b_F}{b_R}$$

I tipo:
La bilancia
L'altalena

II tipo:
La carriola
Il pedale della bicicletta

III tipo:
Le pinzette
l'articolazione del gomito

Vantaggio: Rapporto tra braccio della forza e quello della resistenza

Leve di tipo I: fulcro tra forza e resistenza (bilancia, altalena…)

Leve di tipo II: resistenza tra forza e fulcro, V > 1 (carriola, pedali bicicletta:
fulcro nel perno, forza nel pedale, resistenza lungo la catena applicata alla ruota dentata)

Leve di tipo III: forza tra fulcro e resistenza, V < 1 (avambraccio)

Baricentro

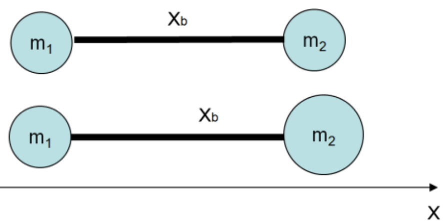
Posizione del baricentro in un sistema di masse concentrate:

$$x_b = \frac{\sum_i x_i \cdot m_i}{\sum_i m_i}$$

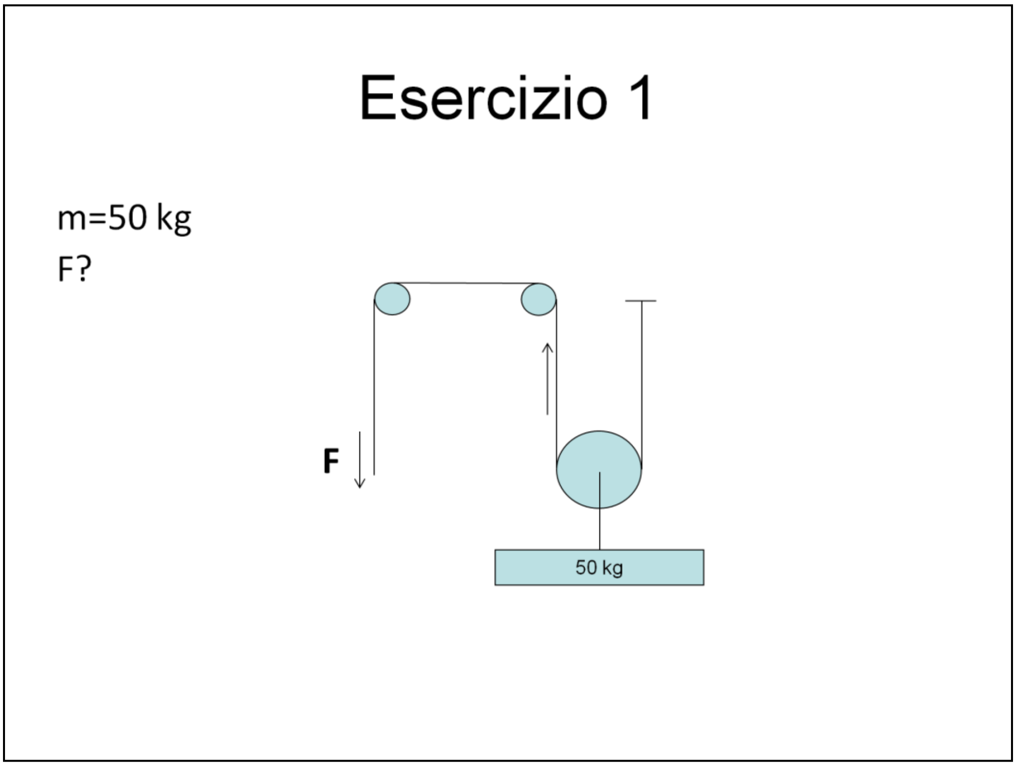
Considerando solo due masse si presentano i seguenti casi:

$m_1 = m_2$ $\quad x_b = \frac{d}{2}$

$m_1 < m_2$ $\quad x_b > \frac{d}{2}$



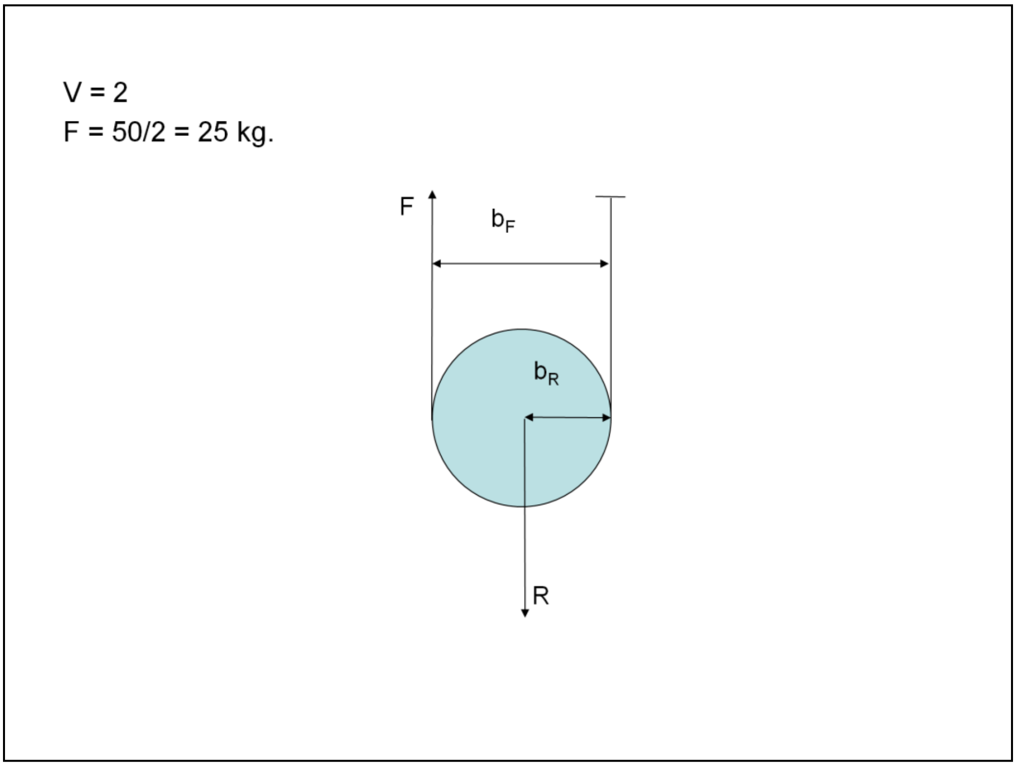
Baricentro: centro della massa corporea, a cui è applicata la forza peso.



Un atleta sta utilizzando la lat-machine col selettore del carico sui 50 kg.

Le carrucole hanno raggio costante, ma una è mobile.

Disegnare il diagramma di corpo libero e calcolare la forza F che l’atleta deve esercitare per tenere sollevato il carico (cioè la resistenza R che deve sovrastare per sollevarlo: F>R).



Le carrucole fisse a raggio costante non producono alcun vantaggio (leve di I tipo a bracci uguali).

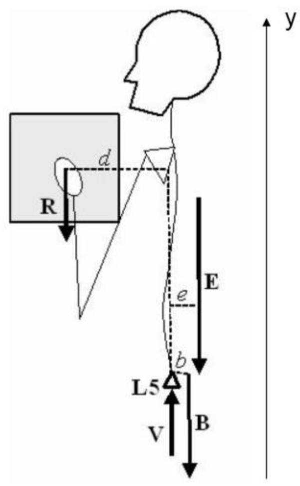
La carrucola mobile invece è una leva di II tipo, in cui il braccio della forza è lungo il doppio del braccio della resistenza: V = b_f/b_r=2. Pertanto la resistenza esercitata dal carico è:

F = 50/2 = 25 kg,

che è anche la forza che l'atleta deve applicare per tenere il peso sollevato e fermo (cioè in equilibrio).

Esercizio 2

R = 180 N.
d = 0,2 m
B = 400 N
b = 0,02 m
e = 0,05 m
E ?
V?



Un facchino solleva una carico di peso pari a R=180 N, tenendolo all’altezza delle spalle.
Il baricentro del carico si trova a una distanza d=0,2 m dalla colonna vertebrale.
Il peso corporeo del soggetto è B=400 N e il suo baricentro si trova a una distanza b=0,02 m posteriormente alla colonna vertebrale.
La forza muscolare E dei muscoli erettori spinali è applicata a una distanza e=0,05 m posteriormente alla colonna.
Calcolare la forza E e il vincolo V che agisce sulla vertebra L5 (fulcro del sistema).

Equazioni cardinali della statica:

$$\begin{cases} 0 = 0 \\ -R - E - B + V = 0 \\ R \cdot d - E \cdot e - B \cdot b = 0 \end{cases}$$

In direzione x non ci sono forze agenti

$$\begin{cases} -180 - E - 400 + V = 0 \\ 180 \cdot 0{,}2 - E \cdot 0{,}05 - 400 \cdot 0{,}02 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V = 1140N \\ E = 560N \end{cases}$$

Se d cresce, E e V crescono.

Esercizio 3

L=10 kg forza

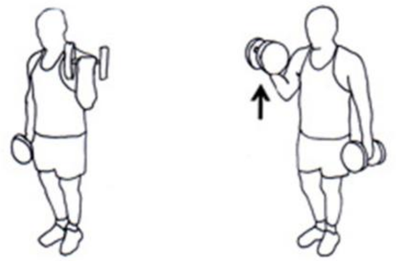
OP=30 cm

B verticale

OM= 3 cm

B?

R?

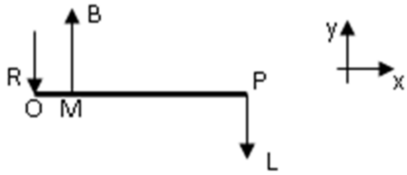


Un atleta tiene in mano un manubrio di peso L=10 kg forza, mantenendo l’avambraccio orizzontale (in condizioni di equilibrio statico).

Il punto di applicazione P del peso si trova a 30 cm dall’articolazione del gomito O.

La forza muscolare B esercitata dal bicipite per flettere il gomito è diretta verticalmente (cioè perpendicolarmente all’avambraccio) ed il suo punto di applicazione si trova a 3 cm dal gomito.

Trascurando il peso dell’avambraccio, disegnare il diagramma di corpo libero e calcolare il modulo di B e della reazione vincolare R a livello dell’articolazione.



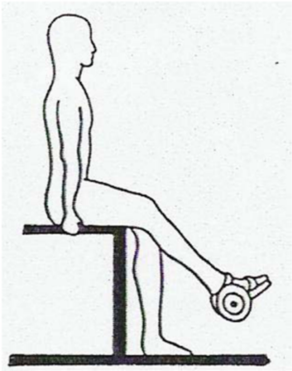
$$\begin{cases} -R + B - L = 0 \\ B\overline{OM} - L\overline{OP} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -R + B - 10 = 0 \\ 0{,}03B - 0{,}3 \cdot 10 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0{,}03B = 3 \Rightarrow B = 100kg \\ -R + 100 - 10 \Rightarrow R = 90kg \end{cases}$$

Esercizio 4

W_1= 20 N, peso arto inferiore;
W_0 = 200 N, peso attrezzo;
a = 0,1 m ; b = 0,2 m ; c = 0,5 m
θ = 15° ; β = 45°



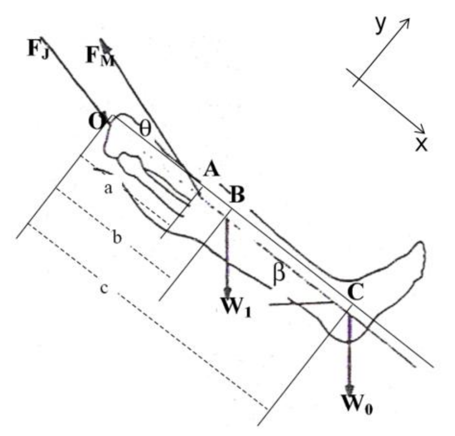
Un atleta effettua un esercizio di leg extension da seduto, in isometria, utilizzando un peso a livello della caviglia.

F_M è la forza esercitata dal quadricipite sulla tibia attraverso il tendine rotuleo;

F_J è la reazione articolare all'articolazione tibio-femorale (ginocchio), esercitata dal femore.

Si consideri l'articolazione posizionata in O, il tendine rotuleo attaccato alla tibia in A, il centro di gravità dell'arto inferiore individuato in B e il peso dell'attrezzo ginnico applicato in C.

Assumendo i punti O, A, B, C allineati, si disegni il diagramma del corpo libero e si determini la forza esercitata dal quadricipite e la reazione vincolare in funzione di θ, β, a, b, c, W_1 , W_0 .



y
x
F_J
F_M
O
θ
A
B
a
b
c
β
C
W_1
W_0

$$\begin{cases} F_{jx} + W_{0x} + W_{1x} - F_{mx} = 0 \\ F_{my} - F_{jy} - W_{0y} - W_{1y} = 0 \\ F_{my} \cdot a - W_{1y} \cdot b - W_{0y} \cdot c = 0 \end{cases}$$

$$W_{0x} = W_{0y} = W_0 \cdot \sin 45° = 200N \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 141N$$

$$W_{1x} = W_{1y} = W_1 \cdot \sin 45° = 20N \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 14N$$

$$\begin{cases} F_{jx} = F_{mx} - 155 \\ F_{jy} = F_{my} - 155 \\ F_{my} \cdot 0{,}1 - 14 \cdot 0{,}2 - 141 \cdot 0{,}5 = 0 \Rightarrow F_{my} = 733N \end{cases}$$

$$F_{my} = F_m \cdot \sin 15° \Rightarrow F_m = \frac{F_{my}}{\sin 15°} = 2832N$$

$$F_{mx} = F_m \cdot \cos 15° = 2736N$$

$$\begin{cases} F_{jx} = 2736 - 155 = 2581N \\ F_{jy} = 733 - 155 = 578N \\ F_{my} = 733N \end{cases}$$

$$F_j = \sqrt{F_{jx}^2 + F_{jy}^2} = \sqrt{(2581N)^2 + (578N)^2} = 2645N$$

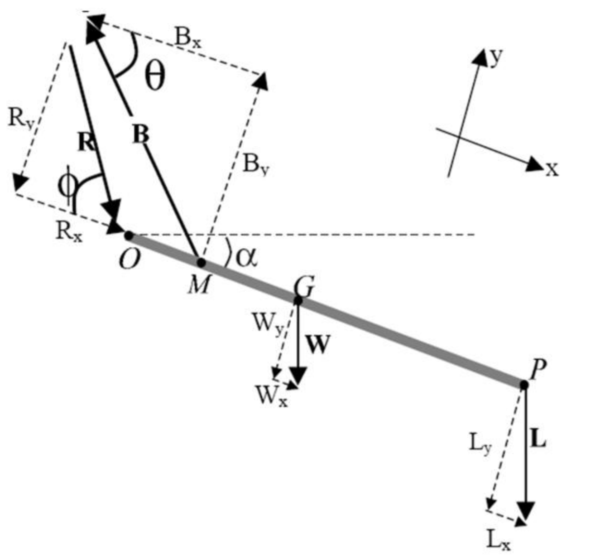
Esercizio 5

L = 20 kg forza
OP=30 cm.
OG=15 cm
W=1,5 kg
OM=3 cm
α = 30°
θ = 45°.

B?
R?

Un atleta allena il bicipite brachiale sollevando un manubrio di peso L = 20 kg.
La distanza P del manubrio dal gomito O è 30 cm. Il baricentro G dell'avambraccio è a 15 cm dal gomito e il peso del segmento corporeo è W = 1,5 kg.
Il punto di applicazione M della forza muscolare B è a 3 cm dal gomito. La reazione vincolare del gomito è R.
Calcolare B e R quando l'avambraccio è tenuto in condizioni statiche a α = 30° sotto l'orizzontale, considerando che la direzione della forza muscolare rispetto all'avambraccio è θ = 45°.

Diagramma di corpo libero:



Equazioni cardinali della statica:

$$\begin{cases} R_x - B_x + W_x + L_x = 0 \\ -R_y + B_y - W_y - L_y = 0 \\ B_y \cdot OM - W_y \cdot OG - L_y \cdot OP = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_x = B_x - W_x - L_x \\ R_y = B_y - W_y - L_y \\ 0{,}03B_y = 0{,}15W_y + 0{,}3L_y \Rightarrow B_y = 5 \cdot W_y + 10 \cdot L_y \end{cases}$$

$$\begin{cases} W_x = W \cdot \sin\alpha = \frac{1}{2}W \\ W_y = W \cdot \cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}W \end{cases} \qquad \begin{cases} L_x = L \cdot \sin\alpha = \frac{1}{2}L \\ L_y = L \cdot \cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}L \end{cases}$$

$$\begin{cases} B_x = B \cdot \cos\vartheta = B\dfrac{\sqrt{2}}{2} \\ B_y = B \cdot \sin\vartheta = B\dfrac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_x = B\dfrac{\sqrt{2}}{2} - \dfrac{1}{2}W - \dfrac{1}{2}L \\ R_y = B\dfrac{\sqrt{2}}{2} - W\dfrac{\sqrt{3}}{2} - L\dfrac{\sqrt{3}}{2} \\ B_y = 5\dfrac{\sqrt{3}}{2}W + 10\dfrac{\sqrt{3}}{2}L \Rightarrow B_y = 4{,}49kg + 173kg = 178kg \end{cases}$$

$$B = B_y \cdot \frac{2}{\sqrt{2}} = 178 \cdot \frac{2}{\sqrt{2}} = 252kg$$

$$\begin{cases} R_x = 178 - \frac{1}{2} \cdot 1{,}5 - \frac{1}{2} \cdot 20 = 167kg \\ R_y = 178 - 0{,}866 \cdot 1{,}5 - 0{,}866 \cdot 20 = 159kg \end{cases}$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(167kg)^2 + (159kg)^2} = 231kg$$

$$\Phi = arctg \frac{R_y}{R_x} = arctg(0{,}952) \cong 43{,}6°$$