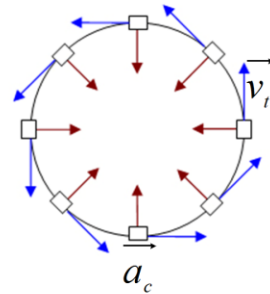


CINEMATICA ANGOLARE

Spostamento angolare: $\Delta\theta = \frac{l}{r}$ (rad)

Velocità angolare: $\vec{\omega} = \frac{d\vec{\theta}}{dt}$ $\left(\frac{rad}{s}\right)$

Periodo: $T = \frac{2\pi}{\omega}$ (s)



Velocità tangenziale (mod): $v_t = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2\pi r}{T} = \omega r$ $\left(\frac{m}{s}\right)$

Accelerazione centripeta (mod): $a_c = \frac{v_t^2}{r} = \omega^2 r$ $\left(\frac{m}{s^2}\right)$

Periodo $T=2\pi/\omega$, è per definizione il tempo richiesto per completare un angolo giro a velocità angolare ω .

Per es. se $\omega=90^\circ/s$ cioè $\pi/2 \text{ s}^{-1}$ allora $T=2\pi/(\pi/2)=2\pi*(2/\pi)=4 \text{ s}$

$$a=dv/dt=d(\omega r)/dt= \omega(dr/dt) + r(d\omega/dt) = a_c + a_t$$

Moto circolare uniforme

$$\frac{d\vec{\omega}}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{\omega} = \frac{d\vec{\theta}}{dt} = \text{cost}$$

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

$$\Delta\theta = \omega\Delta t$$

$$\theta = \theta_0 + \omega\Delta t$$

I punti di un corpo si muovono su archi di circonferenza con velocità angolare costante e velocità tangenziale costante in modulo.

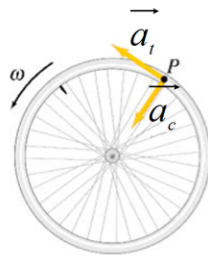
Accelerazione angolare nulla. Solo accelerazione centripeta e tangenziale.

Il modulo della velocità angolare istantanea e la velocità angolare media sono uguali.

Moto circolare uniformemente accelerato

Accelerazione angolare: $\alpha = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \frac{[rad]}{[s^2]} = \cos t$

Accelerazione tangenziale: $a_t = \frac{d\vec{v}_t}{dt} = r \frac{d\vec{\omega}}{dt} = r\alpha \frac{[m]}{[s^2]}$



Moto uniformemente accelerato: $a_t = 0$, perché $d\omega/dt=0$ ($\omega=\cos t$).

Si mantiene costante l'accelerazione angolare e quindi quella tangenziale in modulo.

Esercizio 1



$$\omega = 160 \frac{\text{giri}}{\text{min}} = 160 \cdot 60 \frac{\text{giri}}{\text{h}} = 9600 \frac{\text{giri}}{\text{h}}$$

$$r = 35 \text{ cm} = 0,35 \text{ m}$$

$$\text{Circonferenza ruota: } l = 2\pi r = 2\pi \cdot 0,35 \text{ m} = 2,2 \text{ m}$$

Velocità di traslazione:

$$v = \omega \cdot l = 9600 \frac{\text{giri}}{\text{h}} \cdot 2,2 \text{ m} = 21120 \frac{\text{m}}{\text{h}} = 21,12 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

La ruota di una bicicletta da corsa compie 160 giri al minuto. Il raggio della ruota è 35 cm.
A che velocità (in km/h) sta andando il ciclista?

Esercizio 2

$$v_t = 95 \text{ km/h} = 26,4 \text{ m/s}$$
$$r = 8 \text{ m}$$



$$a_c = \frac{v_t^2}{r} = \frac{(26,4)^2}{8} = 87 \frac{m}{s^2}$$

Un bob effettua una curva di raggio uguale a 8 m, ad una velocità di 95 km/h.
Calcolare l'accelerazione centripeta a cui sono sottoposti gli atleti.

$$95/3,6=26,4 \text{ m/s}$$

$87/9,8=8,88 \text{ g}$, ovvero quasi 9 volte l'accelerazione di gravità.

Esercizio 3

$$\Delta\vartheta = 3 \cdot 2\pi = 6\pi$$

$$t = 0,8 \text{ s}$$

$$\omega_m = \frac{\Delta\vartheta}{\Delta t} = \frac{6\pi}{0,8} \cong 23,56 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$



In gradi al secondo:

$$\vartheta^\circ = \vartheta_{\text{rad}} \cdot \frac{180}{\pi} = 6\pi \cdot \frac{180}{\pi} = 1080^\circ \rightarrow \omega_m = \frac{\Delta\vartheta}{\Delta t} = \frac{1080^\circ}{0,8\text{s}} = 1350 \frac{^\circ}{\text{s}}$$

$$\text{Oppure: } \omega_m = \frac{\Delta\vartheta}{\Delta t} = \frac{3 \cdot 360^\circ}{0,8\text{s}} = 1350 \frac{^\circ}{\text{s}}$$

$$\text{Poichè } 1 \text{ rad} = 57,3^\circ \Rightarrow 23,56 \cdot 57,3 = 1350^\circ/\text{s}$$

Un pattinatrice esegue un triplo axel. Il tempo impiegato per effettuare le 3 rotazioni è 0,8 s.
Qual è la velocità angolare media dell'atleta?

Esercizio 4

- $\omega_i = 2 \text{ r/s}$
- $\omega_f = 12 \text{ r/s}$
- $t = 2 \text{ s}$



$$\alpha_m = \frac{\omega_f - \omega_o}{\Delta t} = \frac{(12 - 2)}{2} = 5 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} = 5 \cdot \frac{180}{\pi} \text{ } \circ / \text{s}^2 \cong 286 \text{ } \circ / \text{s}^2$$

Un lanciatore di disco comincia la rotazione con una velocità angolare di 2 rad/s.

Quando rilascia il disco la velocità angolare è di 12 rad/s.

Se il tempo di rotazione è 2 s (dall'inizio sino all'istante immediatamente precedente il lancio dell'attrezzo), quant'è l'accelerazione angolare media?

Esercizio 5

- $\omega = 300^\circ/s$
- $r = 2\text{m}$
- $v_t?$
- $a_c?$

$$\omega = 300 \cdot \frac{\pi}{180} \cong 5,23 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$v_t = \omega r = 5,23 \cdot 2 = 10,46 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$a_c = \frac{v_t^2}{r} = \frac{(10,46)^2}{2} = 54,70 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$



Un lanciatore di martello effettua la rotazione con una velocità angolare di $300^\circ/s$.
La distanza del martello dall'asse di rotazione è di 2 m.
Calcolare la velocità tangenziale del martello e la sua accelerazione centripeta.

Esercizio 6

$r_1 = 50 \text{ m}$, $r_2 = 40 \text{ m}$.

$v = \text{cost} = 40 \text{ km/h}$.

$t_0 = 0$



Due ciclisti si allenano in un velodromo circolare. Uno percorre l'anello di raggio 50 m, l'altro percorre l'anello di raggio 40 m. Entrambi pedalano a velocità costante $v = 40 \text{ km/h}$. All'istante $t_0 = 0$ sono allineati lungo il raggio del velodromo.

1. Calcolare il tempo che impiegano i due ciclisti a percorrere un giro completo.
2. Calcolare la distanza che deve ancora percorrere il ciclista sull'anello più ampio, quando l'altro ha già completato un giro.
3. Calcolare la velocità media che dovrebbe avere il ciclista esterno per arrivare pari all'altro.
4. Calcolare il modulo delle componenti tangenziali e centripeta dell'accelerazione del ciclista esterno nel terzo caso.

$$1. \Delta s_1 = 2\pi \cdot r_1 = 2 \cdot \pi \cdot 50m = 314m \quad \Delta s_2 = 2\pi \cdot r_2 = 2 \cdot \pi \cdot 40m = 251m$$

$$v = 40 \frac{km}{h} = 11,1 \frac{m}{s}$$

$$\Delta t_1 = \frac{\Delta s_1}{v} = \frac{314m}{11,1 \frac{m}{s}} = 28,3s \quad \Delta t_2 = \frac{\Delta s_2}{v} = \frac{251m}{11,1 \frac{m}{s}} = 22,6s$$

$$2. \Delta s = \Delta s_1 - \Delta s_2 = 314m - 251m = 63m$$

$$3. \quad \omega_2 = \frac{\Delta \vartheta}{\Delta t_2} = \frac{2\pi}{22,6s} = 0,278 \frac{rad}{s}$$

$$v_1 = \omega_2 \cdot r_1 = 0,278 \frac{rad}{s} \cdot 50m = 13,9 \frac{m}{s} = 50 \frac{km}{h}$$

$$4. \quad w = \cos t \Rightarrow \frac{d\vec{\omega}}{dt} \Rightarrow a_t = 0$$

$$a_c = \frac{v_t^2}{r} = \frac{(13,9)^2}{50} = 3,9 \frac{m}{s^2}$$

Esercizio 7

- $\omega=2 \text{ rad/s}$
- $a_c=3g$
- $a=5g$



Una centrifuga usata per addestrare gli astronauti ruota a una velocità angolare costante di 2 rad/s . Al suo interno, il personale in addestramento sopporta un'accelerazione centripeta pari a 3 volte quella dovuta alla gravità.

In una prova successiva, la centrifuga parte da ferma e acquista velocità con accelerazione angolare costante.

Quando raggiunge una velocità angolare costante di 2 rad/s , il personale all'interno sopporta un'accelerazione totale pari a 5 volte quella di gravità.

1. Quant'è lungo il braccio della centrifuga?
2. Quant'è l'accelerazione angolare nel secondo caso?

$$1. \quad a_c = \omega^2 r \Rightarrow r = \frac{a_c}{\omega^2} = \frac{3 \cdot 9,8}{(2)^2} = 7,35m$$

$$2. \quad a^2 = a_t^2 + a_c^2 \Rightarrow (5g)^2 = a_t^2 + (3g)^2$$

$$a_t^2 = (5g)^2 - (3g)^2 \Rightarrow a_t = \sqrt{25g^2 - 9g^2} = 4g = 39,2 \frac{m}{s^2}$$

$$a_t = r\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{a_t}{r} = \frac{39,2}{7,35} = 5,33 \frac{rad}{s^2}$$