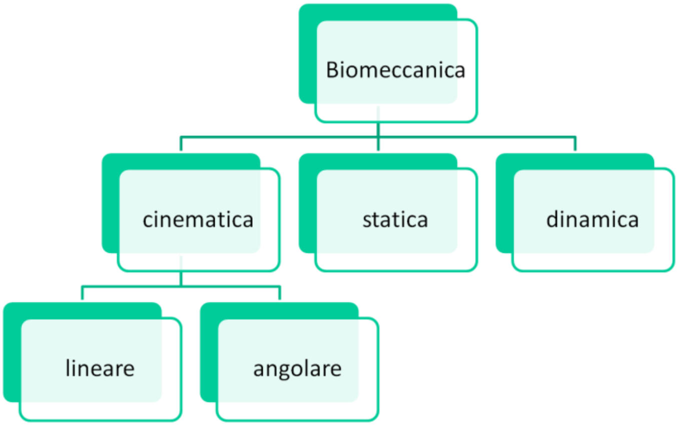
Meccanica: branca della fisica, studio del movimento.

Biomeccanica: studio del movimento animale.

Padre storico: G. A. Borelli, autore del *De Motu Animalium*, forse il primo trattato di Biomeccanica. Questo corso si concentra sul movimento umano.

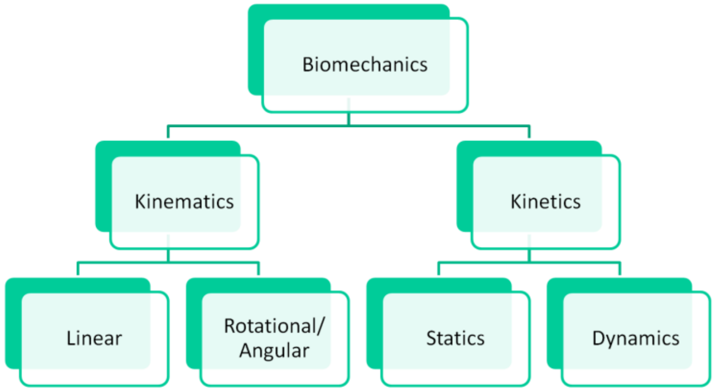
Biomeccanica



Suddivisione classica della biomeccanica:

1. Cinematica:
    a. Lineare
    b. Angolare
2. Statica
3. Dinamica

Biomechanics



Suddivisione nella letteratura anglo americana:

1. Kinematics
    a. Linear
    b. Rotational
2. Kinetics
    a. Statics
    b. Dynamics

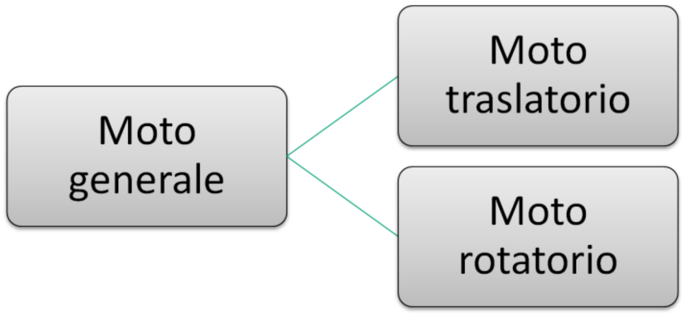
CINEMATICA

Cinematica lineare
Cinematica angolare

“Geometria” del moto: descrizione del moto a prescindere dalle cause che lo hanno provocato.

1. Cinematica lineare: moto rettilineo uniforme, moto rettilineo uniformemente accelerato.
2. Cinematica angolare: moto circolare uniforme, moto circolare uniformemente accelerato.

Moto



Moto generale: combinazione di moto traslatorio e rotatorio.

CINEMATICA LINEARE

Cinematica lineare: moto rettilineo, nessuna variazione di direzione.

1. Moto rettilineo uniforme
2. Moto rettilineo uniformemente accelerato

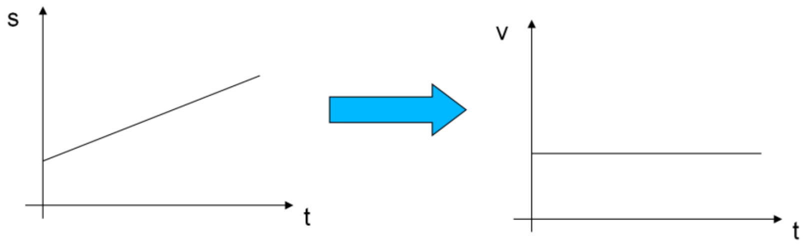
Moto rettilineo uniforme

Accelerazione nulla: $\vec{a} = 0$

Velocità istantanea = velocità media: $v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} \frac{[m]}{[s]}$

Nessuna variazione di velocità, né in intensità, né in direzione o verso.
In tale caso non rientra quello di un mezzofondista che procede con velocità costante in modulo ed entra in curva: la sua traiettoria cambia di direzione, il che impone all'atleta un'accelerazione.
In particolare, qui si tratta di una accelerazione centripeta, applicata dagli arti inferiori e dai chiodi delle scarpette alla pista, per mantenere il raggio delle traiettoria costante e uguale a quello delle pista in curva. Se ciò non avvenisse, l'inerzia del corpo/massa dell'atleta in velocità lo porterebbe a proseguire sulla traiettoria rettilinea tangente alla curva e quindi ad uscire dalla propria corsia (con conseguente squalifica).
Quindi il moto rettilineo uniforme implica traiettoria rettilinea e velocità costante in modulo.
Questo tipo di moto è descritto dal primo principio della dinamica: “Un corpo persiste nel proprio stato di quiete o di moto rettilineo uniforme se non interviene una forza a modificarlo”.
Lo stato di quiete è un caso particolare di moto rettilineo uniforme.

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow \Delta s = v \Delta t \Rightarrow s - s_0 = v(t - t_0)$$



$$t_0 = 0 \Rightarrow s = s_0 + vt$$
$$s_0 = 0 \Rightarrow s = vt$$

Nel caso di moto rettilineo uniforme la velocità media e il modulo di quella istantanea sono uguali. Nel caso in cui s_0=0 allora la formula si semplifica in modo ovvio.

Esercizio 1

$v=40$ km/h
$t=3$ min, $s_0=0$
s ?

$v=\Delta s/\Delta t \Rightarrow \Delta s=v\ \Delta t$
$s=(40/60)*3=2$ km
$v=(40*1000)/3600 \cong 11,11$ m/s

Durante una gara di ciclismo a cronometro, un concorrente procede a velocità costante pari a 40 km/h in un tratto rettilineo.

Calcolare la distanza percorsa in 3 minuti, a partire da un punto di riferimento $s_0=0$.

Calcolare la velocità in m/s (1 ora equivale a 3600 secondi, 1 km a 1000 m).

Esercizio 2

v=5 m/s
s=10000 m
t ?

$$\Delta t = \frac{\Delta s}{v} = \frac{10000m}{5\frac{m}{s}} = 2000s$$

Un mezzofondista corre a una velocità costante di 5 m/s.
Quanto tempo impiega per correre 10000 m ?

2000/60 = 33 min 20 s

In km/h: 5*(3600/1000) = 5*3,6 = 18 km/h

Per tornare ai m/s occorre dividere per 3,6: 18/3,6 = 5 m/s

Esercizio 3

s=11 m,
v_m=22 m/s
t?

$$\Delta t = \frac{\Delta s}{v_m} = \frac{11\,m}{22\,\frac{m}{s}} = 0{,}5\,s$$

Un calciatore tira un calcio di punizione da una distanza pari a 11 m dalla linea del goal.
La velocità orizzontale media è 22 m/s.
Quanto tempo impiega il pallone per arrivare in porta?

Esercizio 4

s=50 m

s	t_A (s)	t_B (s)
0	0	0
10	1,9	1,8
20	3,0	2,9
30	4,0	3,9
40	4,9	4,7
50	5,7	5,5

Due atleti, A e B, percorrono 50 m alla loro massima velocità.

Nella tabella sono indicati i tempi parziali.

Calcolare le velocità medie in ogni intervallo.

Δs	v_{mA} (m/s)	v_{mB} (m/s)
0 – 10	10/1,9 = 5,3	10/1,8 = 5,6
10 – 20	(20-10)/(3,0-1,9) = 9,1	(20-10)/(2,9-1,8) = 9,1
20 – 30	(30-20)/(4,0-3,0) = 10,0	(30-20)/(3,9-2,9) = 10,0
30 – 40	(40-30)/(4,9-4,0) = 11,1	(40-30)/(4,7-3,9) = 12,5
40 - 50	(50-40)/(5,7-4,9) = 12,5	(50-40)/(5,5-4,7) = 12,5

$$\Delta s = v_m \Delta t = 12,5\frac{m}{s} \cdot 0,2s = 2,5m$$

Calcolare la distanza tra B e A nel momento in cui il primo (B) taglia il traguardo (supponendo che A nell'ultimo tratto abbia corso con moto rettilineo uniforme).

L'atleta A arriva 5,7-5,5 = 0,2 s dopo B. Nell'ultimo tratto A corre alla velocità di 12,5 m/s, per cui la distanza tra B e A nell'istante in cui B taglia il traguardo è 2,5 m.

Esercizio 5

d_{max} = 20 m
v_1 = 10 m/s; v_2= 8 m/s
s_i = 5 m/s
s_f=2 m
t ?

Due staffettisti devono effettuare un passaggio di testimone entro una zona di cambio lunga 20 m. Il primo frazionista entra nella zona di cambio con una velocità costante di 10 m/s.
Il secondo velocista accelera nella zona di pre-cambio, fino a raggiungere una velocità costante di 8 m/s all'ingresso della zona di cambio. Al momento dell'ingresso del primo velocista nella zona di cambio, il secondo ha percorso 5 m.
Dopo quanti secondi effettueranno il cambio, considerando che la distanza massima tra i due atleti deve essere di 2 m, al fine di poter passare il testimone? Il cambio è valido?

$s_i = s_{2i}–s_{1i} = 5$ m ; $s_f = s_{2f}–s_{1f} = 2$ m

$v_1 = 10$ m/s ; $v_2 = 8$ m/s

$\Delta s = s_f–s_i = -3$ m

$\Delta v = v_2–v_1 = -2$ m/s

$t = \Delta s/\Delta v = 3/2 = 1{,}5$ s

$s_{1f} = v_1 t = 10*1{,}5 = 15$ m

$s_{2f} = v_2 t+s_{2i} = 8*1{,}5+5 = 17$ m

Il cambio è valido: il testimone si troverà a circa 16 m dall’inizio della zona di cambio.

Risoluzione alternativa:

1 $s_1 = v_1 \cdot \Delta t = 10 \cdot \Delta t$

2 $s_2 = s_o + v_2 \cdot \Delta t = 5 + 8 \cdot \Delta t$

Supponendo che $s_2 - s_1 = 2$ m (per passare il testimone):

$$s_2 - s_1 = 2$$

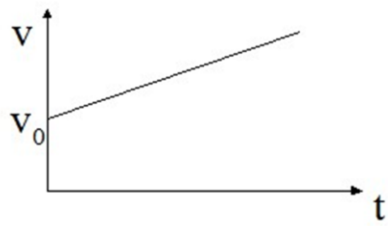
$$5 + 8\Delta t - 10\Delta t = 2 \Rightarrow -2\Delta t = -3 \Rightarrow \Delta t = 1{,}5s$$

$$s_1 = 10 \cdot \Delta t = 10\frac{m}{s} \cdot 1{,}5s = 15m$$

$$s_2 = 5 + 8 \cdot \Delta t = 5m + 8\frac{m}{s} \cdot 1{,}5s = 17m$$

Moto rettilineo uniformemente accelerato

$\vec{a} = \cos t \neq 0$



Accelerazione media: $a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} \frac{[m]}{[s^2]}$

Accelerazione istantanea: $\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = k$

Traiettoria rettilinea e accelerazione costante: la velocità non è costante ma varia linearmente.
Accelerazione istantanea e media uguali in modulo: $|\mathbf{a}| = a_m$

a=cost $\Rightarrow a=\Delta v/\Delta t$

$v-v_0=a(t-t_0)$

Se $t_0=0 \Rightarrow v=v_0+at$

v=ds/dt$\Rightarrow$ $s-s_0=v_0\int dt+a\int tdt \Rightarrow s=s_0+v_0t+\frac{1}{2}at^2$

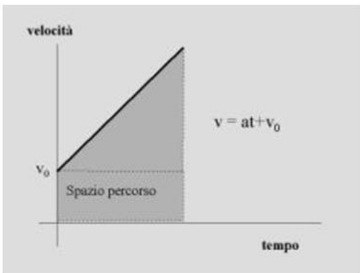
Formula alternativa:

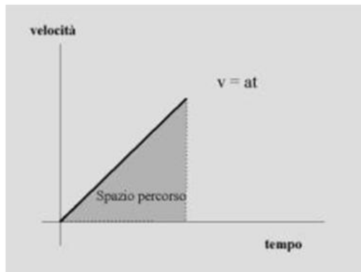
$$v_m=\frac{v_i+v_f}{2} \quad s=v_m t+s_0$$

Se l’accelerazione è costante, la velocità media è data da (velocità iniziale + velocità finale)/2.
Infatti, se *a*=cost, allora v è un segmento inclinato. La media ne è il punto medio.
Questo metodo si può usare se *a* è cost ma ignota.
Lo spazio può essere facilmente calcolato utilizzando la velocità media.

$$v_0 = 0 \Rightarrow v = at$$

$$s = s_o + \frac{1}{2}at^2 \qquad v_m = \frac{v_f}{2} \qquad s = v_m t = \frac{v_f}{2}t$$





Caso particolare: partenza da fermo $v_o=0$

Lo spazio nel grafico velocità-tempo è l’area sottesa dal segmento che descrive la velocità.

Esercizio 6

- v_0=216 km/h
- s_0=500m
- a=2m/s^2

$$s = s_o + v_o t + \frac{1}{2}at^2 = 500m + 60\frac{m}{s}\cdot 10s + \frac{1}{2}\cdot 2\frac{m}{s^2}\cdot (10s)^2 = 1200m$$

$$v_f = v_o + at = 60\frac{m}{s} + 2\frac{m}{s^2}\cdot 10s = 80\frac{m}{s} = 288\frac{km}{h}$$

Un'auto da corsa all'istante iniziale ha velocità pari a 216 km/h (= 60 m/s).

Lo spazio iniziale percorso è 500 m. L'accelerazione è 2 m/s^2.

Calcolare lo spazio percorso dopo 10 s e la velocità finale.

Moto di caduta dei corpi

$$(1)\, h = \frac{1}{2} g t^2$$

$$(2)\, v_f = g t$$

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \Rightarrow v_f = gt = g\sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2h}{g} g^2} = \sqrt{2gh}$$

Caso particolare di moto uniformemente accelerato in cui $a=g=9{,}8\ m/s^2$.

Di solito lo spazio viene indicato con la lettera h (altezza).

La velocità finale (di impatto con il terreno o l'acqua), supponendo che l'oggetto venga lasciato cadere ($v_o=0$) è: $v=gt$.

È possibile scrivere l'espressione della velocità in funzione solo dell'altezza di caduta, ricavando t dalla (1) e sostituendolo nella (2): $t=\sqrt{(2gh)}$.

Esercizio 7

- s=10m
- v?

$$v_f = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \frac{m}{s^2} \cdot 10m} = 14 \frac{m}{s} = 50,4 \frac{km}{h}$$

Un tuffatore si tuffa dalla piattaforma dei 10 m.
Calcolare la velocità di ingresso in acqua trascurando l’attrito con l’aria.

La velocità di caduta aumenta progressivamente a partire dall’altezza da cui si cade.
Ciò determina una maggiore velocità all’impatto con l’acqua e maggiore rischio di traumi.
Sott’acqua: accelerazione negativa.

Esercizio 8

v_{0y}=20 m/s, v_{0x}=15 m/s
t ?

$t = t_{su}+t_{giù} = 2\ t_{su}$
$v=v_0+at$

$$v_f = v_{oy} - gt_{SU} = 0 \Rightarrow t_{SU} = \frac{v_{0y}}{g} = \frac{20}{9{,}8} = 2{,}04s$$

$$t = 2t_{SU} = 2 \cdot 2{,}04s = 4{,}08s$$

Un calciatore tira una calcio di punizione. Il pallone si stacca dal piede con una velocità verticale di 20 m/s e una velocità orizzontale di 15 m/s.
Calcolare il tempo di volo del pallone, trascurando qualsiasi forma di attrito.

Dal momento che il pallone si stacca dal piede del calciatore, l'unica accelerazione che agisce su di esso è quella di gravità.
Pertanto, il tempo di salita è uguale al tempo di discesa, poiché l'altezza iniziale è uguale a quella finale ($y_i=y_f=0$):
$t = t_{su}+t_{giù} = 2\ t_{su}$.
Inoltre, poichè $a=-g=\Delta v/\Delta t \rightarrow \Delta v=-g\Delta t$.

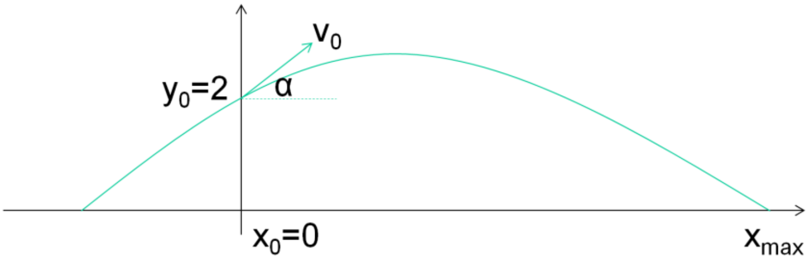
Esercizio 9

- v_0=10 m/s
- α=45°
- y_0=2 m
- s ?

Un lanciatore getta il peso con una velocità iniziale v_0=10 m/s. L'angolo di lancio rispetto all'orizzontale è α=45°.

L'altezza da cui il peso comincia la fase di volo è y_0=2 m.

Calcolare la misura del lancio.



$$\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_x = \cos t \\ v_y = v_{0y} - gt \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos\alpha = 10\sqrt{2}/2 = 5\sqrt{2} \\ v_{0y} = v_0 \sin\alpha = 10\sqrt{2}/2 = 5\sqrt{2} \end{cases}$$

Dal momento che il peso si stacca dalla mano del lanciatore (x_0=0), il moto orizzontale è rettilineo uniforme, non essendo più applicate forze e trascurando la resistenza dell'aria. Il moto verticale invece è uniformemente accelerato, perché sul peso agisce l'accelerazione di gravità g.

$$\begin{cases} x(t) = x_0 + v_{0x} t = v_{0x} t \\ y(t) = y_0 + v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

$$y(t_{volo}) = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} g t^2 - v_{0y} t - y_0 = 0$$

$$t_{volo} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{v_{0y} \pm \sqrt{v_{0y}^2 + 2gy_0}}{g} =$$

$$\frac{5\sqrt{2} + \sqrt{50 + 4g}}{g} \cong \frac{7{,}07 + \sqrt{50 + 39{,}2}}{9{,}8} = \frac{7{,}07 + 9{,}44}{9{,}8} = 1{,}68s$$

$$x(t) = v_{0x} t_{volo} = 5\sqrt{2} \cdot 1{,}68 = 11{,}87m$$

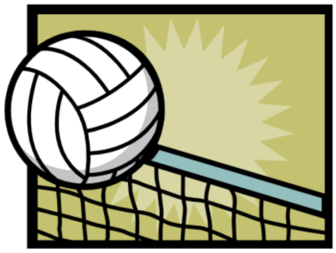
Calcolo t, il tempo di volo.
Le radici dell'equazione sono due ma a noi interessa solo quella positiva (t è sempre positivo).

Esercizio 10

v_i=6 m/s

h_0=2,4 m

h max ?



Durante una partita di pallavolo, l'alzatore alza la palla allo schiacciatore. La palla lascia le mani dell'alzatore all'istante t_0, ad una altezza di 2,4 m dal suolo, in direzione verticale, con una velocità di 6 m/s.

Quale sarà l'altezza massima raggiunta dalla palla?

$$v_f = v_i - g\Delta t \Rightarrow 0 = 6 - 9{,}8\Delta t$$

$$\Delta t = 6/9{,}8 \cong 0{,}61s$$

$$h = h_0 + v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$h = 2{,}4 + 6 \cdot 0{,}61 - \frac{1}{2} \cdot 9{,}8(0{,}61)^2 \cong 4{,}2m$$

Poiché l’accelerazione è costante, $a=a_m=(v_f-v_i)/\Delta t=-g$ da cui $v_f = v_i-g\Delta t$.