

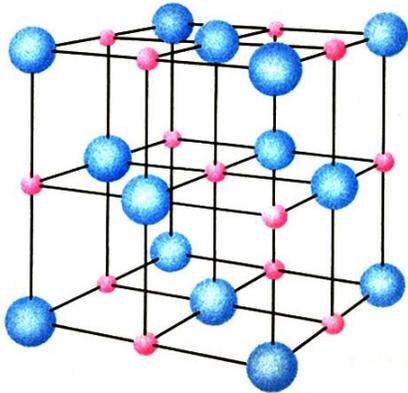
Unità didattica 4

- Fisica dei fluidi
 - Stati della materia..... 2
 - Condizione di riposo di un liquido..... 3
 - La pressione idrostatica..... 4
 - Principio di Pascal..... 5
 - Esercizio 7
 - Variazione di pressione con la profondità..... 8
 - La pressione atmosferica 9
 - La spinta di Archimede10
 - Il moto dei fluidi..... 11
 - Teorema di Bernoulli..... 12
 - Applicazione del teorema di Bernoulli..... 14
 - Viscosità 15
 - Tensione superficiale.....16
 - Esempi di tensione superficiale..... 18

Stati della materia

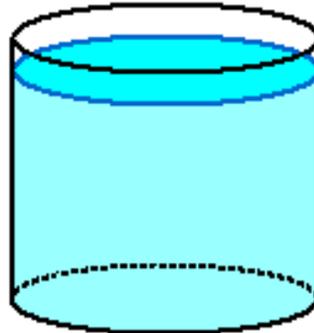
solido:

gli atomi hanno posizioni fisse, quindi forma e volume non possono variare.



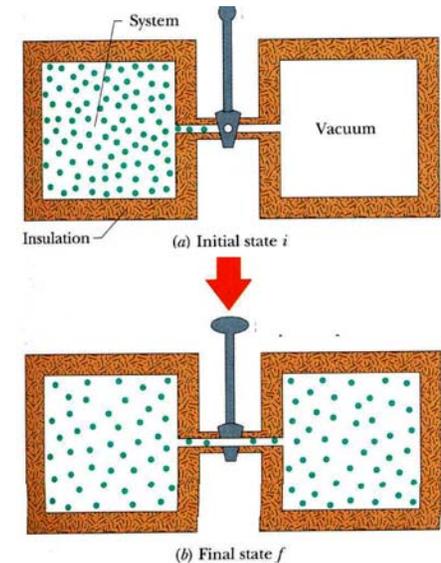
liquido:

le molecole possono spostarsi liberamente, e la sostanza assume la forma del recipiente in cui viene posta. Le forze intermolecolari mantengono costanti le distanze tra molecole, impedendo variazioni di volume del liquido.



gassoso:

le molecole sono libere e non esercitano alcuna forza di coesione fra di loro, quindi un gas può espandersi o comprimersi riempiendo qualsiasi volume.

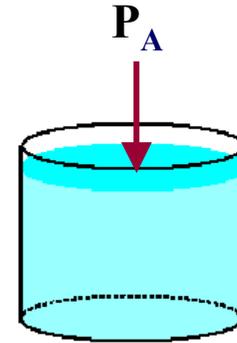


Condizione di riposo di un liquido

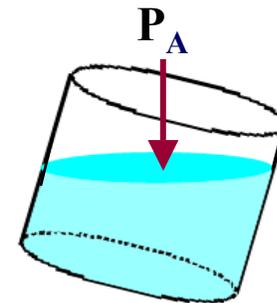
Ogni liquido a riposo ha una superficie che è sempre perpendicolare alla forza che vi agisce. Nell'esempio in figura a) sull'acqua contenuta in un bicchiere agisce la forza peso dell'aria P_A .

Se sulle molecole del liquido agisce una forza non ortogonale alla sua superficie, esse cominciano a scorrere per effetto della componente parallela della forza finché la superficie del liquido non torna ad essere perpendicolare alla forza.

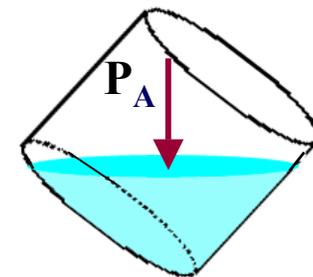
Ciò succede per esempio se incliniamo un bicchiere pieno d'acqua, come mostrato nelle figure b) e c).



a)



b)



c)

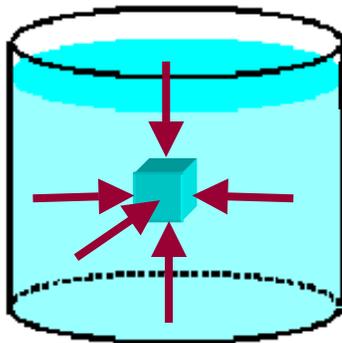
La pressione idrostatica

Ogni liquido in quiete agisce con una certa forza sulle pareti del contenitore. Tale forza è perpendicolare alle pareti. In caso contrario si osserverebbe uno scorrimento del liquido contro le pareti.

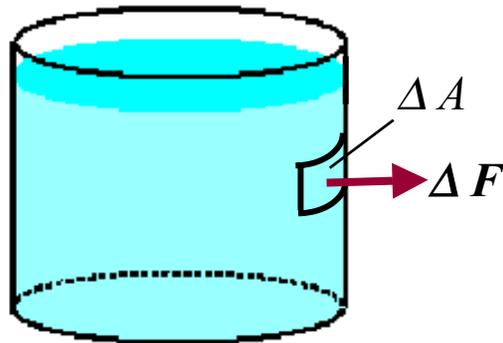
È evidente che la forza che le molecole esercitano sulla parete di un contenitore è proporzionale alle dimensioni della superficie. Viene quindi considerata la forza per unità di superficie, che viene definita **pressione** p .

$$P = F / A$$

L'unità di misura della pressione è il **Pascal**, che è definito come una forza unitaria (1N) applicata su di una superficie unitaria (1 m²).



a)



b)

a) la forza esercitata dal fluido su di un corpo immerso è perpendicolare in ogni punto alla superficie del corpo.

b) la forza del fluido sulle pareti del recipiente è perpendicolare alle pareti in ogni punto.

Principio di Pascal (1)

Osserviamo un liquido in un contenitore con due pistoni. Assumiamo che sul sistema non agisca la forza di gravità.

Se si applica una forza F_1 sul pistone di sinistra, spostandolo verso il basso di un tratto ds_1 , verrà prodotto un lavoro

$$dW_1 = F_1 ds_1$$

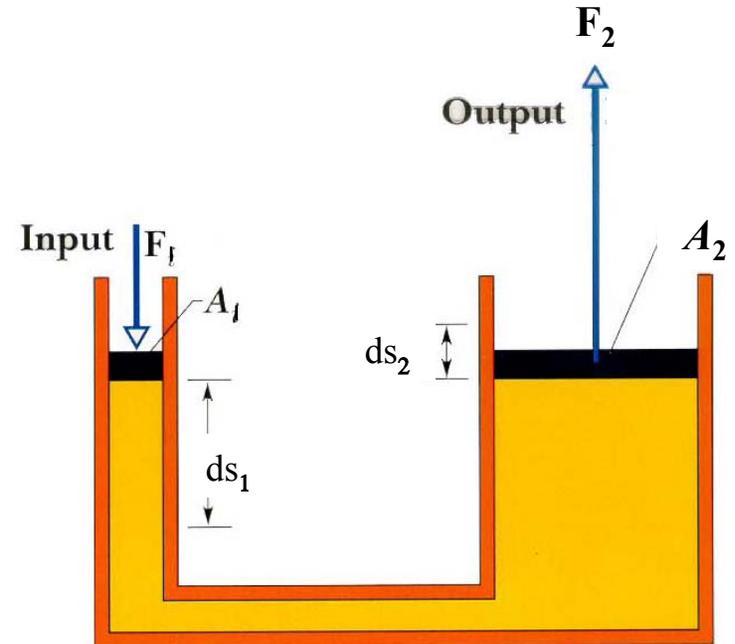
Il volume del liquido spostato sarà $dV_1 = A_1 ds_1$

Lo spostamento del liquido farà alzare il pistone di destra di un tratto ds_2 , sotto l'azione di una forza $-F_2$

Verrà quindi prodotto dal liquido il lavoro

$$dW_2 = F_2 ds_2$$

ed il volume del liquido spostato sarà $dV_2 = A_2 ds_2$



Principio di Pascal (2)

Poiché il liquido è incompressibile si ha:

$$dV_1 = dV_2 \quad A_1 ds_1 = A_2 ds_2$$

e per la conservazione dell'energia:

$$dW_1 = dW_2 \quad F_1 ds_1 = F_2 ds_2$$

Dividendo tra loro le due equazioni di destra si ottiene la relazione:

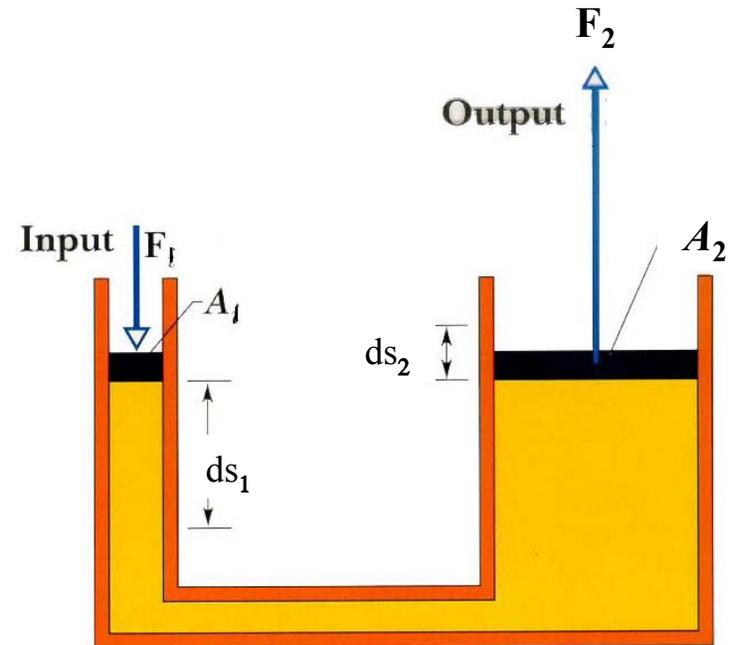
$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

cioè

$$P_1 = P_2$$

Questo risultato è chiamato legge di Pascal:

Una variazione di pressione applicata ad un fluido racchiuso viene trasmessa invariata ad ogni punto del fluido ed alle pareti del contenitore



Esercizio: la pressa idraulica

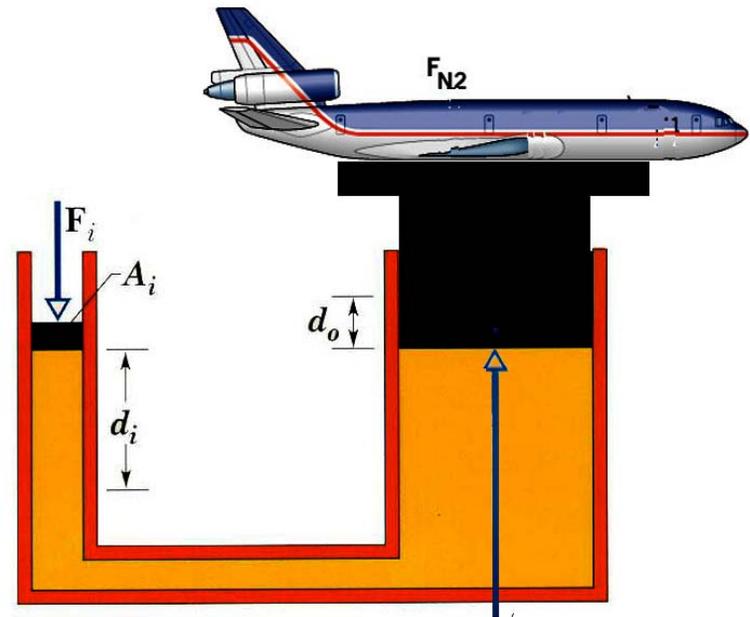
In un elevatore si esercita una forza F_1 su un piccolo pistone di raggio $R_1 = 5$ cm. Questa pressione viene trasmessa ad un secondo pistone di raggio $R_2 = 15$ cm.

Quale forza F_1 deve essere esercitata per sollevare un aereo che pesa 133.00 N?

Soluzione:

Poiché la pressione esercitata viene trasmessa invariata attraverso il fluido si ottiene

$$\begin{aligned} F_1 &= (A_1/A_2) F_2 \\ &= \frac{\pi (5 \times 10^{-2} \text{ m})^2}{\pi (15 \times 10^{-2} \text{ m})^2} (133 \text{ N}) \\ &= 14.8 \times 10^3 \text{ N} \end{aligned}$$



Variazione della pressione con la profondità

Anche per effetto della forza gravitazionale su un liquido si crea pressione. Consideriamo un fluido a riposo in un contenitore. Notiamo che tutti i punti alla stessa profondità devono trovarsi alla stessa pressione. Diversamente qualche elemento del fluido non sarebbe in equilibrio.

Consideriamo un volumetto di liquido di sezione A e di altezza dx . La forza F_u sul fondo del cilindro e diretta verso l'alto vale PA , mentre la forza verso il basso è $F_u = (P + dP)A$.

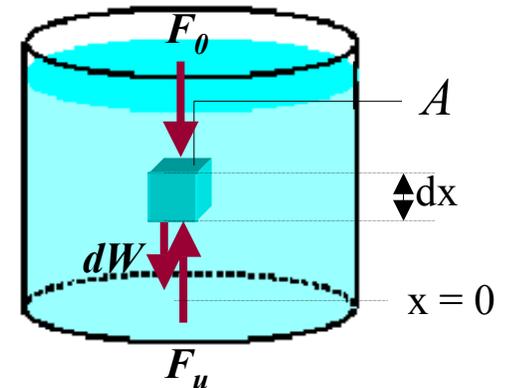
Definendo la densità del fluido $\rho = m / V$ (rapporto tra massa e volume) si ha che il peso dell'elemento considerato di fluido è $dW = \rho g dV = \rho g A dx$.

Poiché l'elemento è in equilibrio nel fluido, la forza risultante deve essere nulla, per cui

$$\begin{aligned}\Sigma F_u &= PA - (P + dP)A - \rho g A dx = 0 \\ - dPA &= \rho g A dx \\ \frac{dP}{dx} &= - \rho g\end{aligned}$$

che integrata dà la legge di Stevino $P_h = P_a + \rho g h$

La pressione P_h ad una profondità h al di sotto della superficie di un liquido sottoposto alla pressione atmosferica è maggiore di una quantità $\rho g h$ rispetto a quest'ultima.



Pressione atmosferica

Nella legge di Stevino

$$P_h = P_a + \rho g h$$

P_h è la pressione atmosferica, cioè la pressione esercitata dalla colonna d'aria sopra di noi.

La misura della pressione atmosferica può essere eseguita con il barometro inventato da Torricelli.

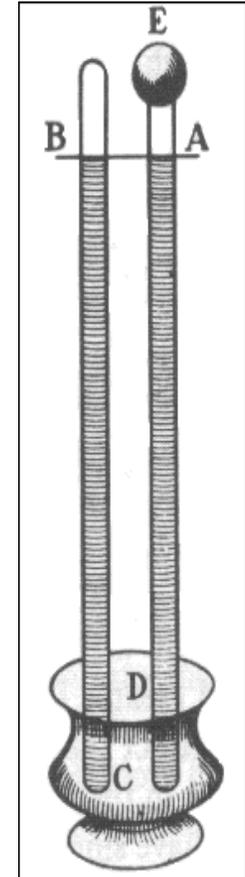
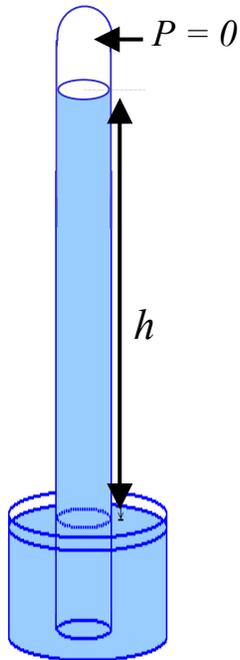
Un lungo tubo chiuso ad un'estremità viene riempito con del mercurio e poi rovesciato in una bacinella piena di mercurio (figura a sinistra). All'estremità chiusa del tubo si forma un vuoto spinto e perciò la pressione può essere considerata nulla. Ne segue che

$$P_a = \rho g h$$

dove:

ρ = densità del mercurio

h = altezza della colonna di mercurio



Disegno originale del primo barometro di Torricelli.

Spinta e principio di Archimede

Ogni corpo immerso parzialmente o totalmente in un fluido viene spinto verso l'alto da una forza. Il valore della spinta è uguale al peso del fluido spostato dal corpo.

Verifica.

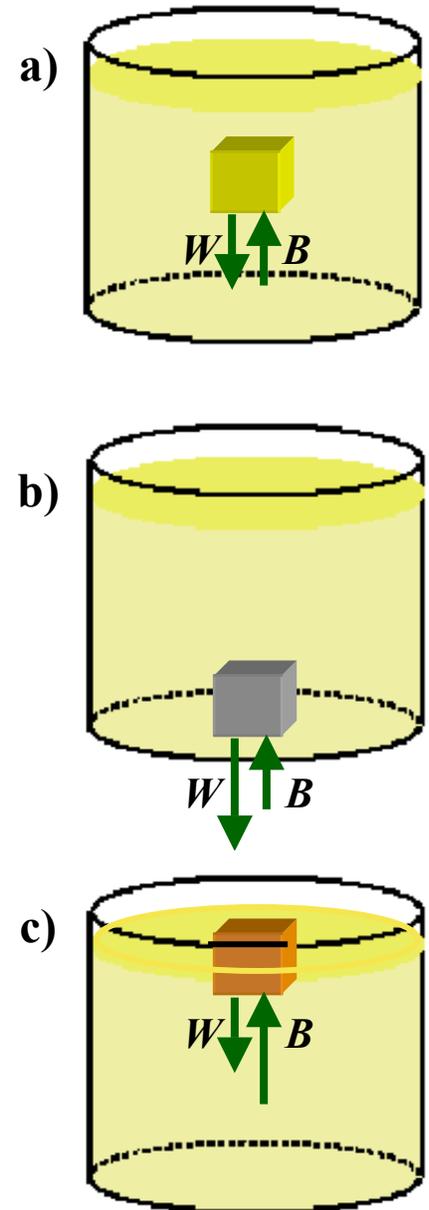
- Si consideri un volumetto di liquido in equilibrio (fig. a). Esso agisce con una forza \mathbf{W} pari al suo peso sul liquido sottostante. Poiché il fluido è in equilibrio il liquido sottostante agisce con una spinta \mathbf{B} uguale ed opposta a \mathbf{W} .

$$W = m_{\text{liquido}} g = \rho_{\text{liquido}} g V$$

- Sostituiamo il cubo di liquido con un cubo dello stesso volume di materiale più pesante (es. acciaio, fig. b). La spinta \mathbf{B} del liquido verso l'alto è la stessa del caso precedente perché il volume di liquido spostato non è variato. Il peso \mathbf{W} dell'oggetto è invece aumentato, pertanto si ha $\mathbf{W} - \mathbf{B} > 0$, cioè esisterà una forza risultante diretta verso il basso che farà affondare il corpo.

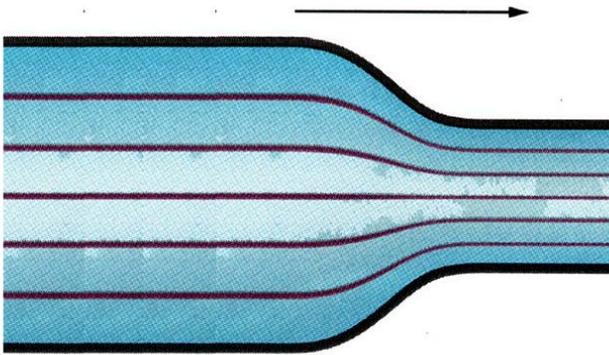
$$W = m_{\text{acciaio}} g = \rho_{\text{acciaio}} g V$$

- Utilizziamo ora un cubo di materiale avente densità inferiore a quella del fluido (fig. c). Si avrà $\mathbf{W} - \mathbf{B} < 0$, e il corpo galleggerà, cioè risalirà fino alla superficie del liquido rimanendovi immerso solo parzialmente.



Il moto dei fluidi

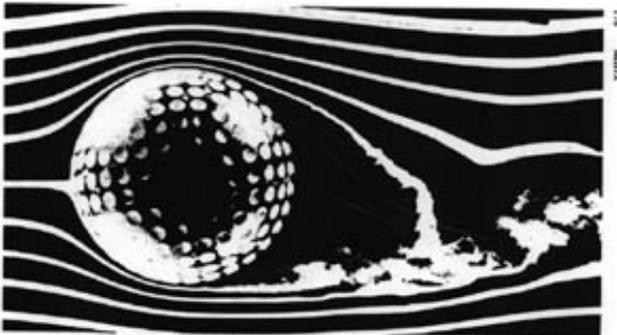
Quando un fluido è in movimento, il moto può essere caratterizzato in due diversi modi:



1. Moto laminare.

Si ha quando ogni particella che passa in un particolare punto si muove lungo la stessa traiettoria seguita dalla particella che è passata in precedenza. Ogni particella del fluido si muove su una traiettoria detta **linea di corrente**. Le diverse linee di corrente non possono intersecarsi tra loro ed in ogni punto coincidono con la direzione della velocità in quel punto.

Es.: flusso stazionario attraverso un tubo strozzato



2. Moto turbolento.

Si tratta di un moto irregolare che il liquido ha al di sopra di una certa velocità ed in prossimità di superfici che possono causare una variazione di velocità. In questo moto disordinato le traiettorie dei punti del fluido sono dette **vortici**.

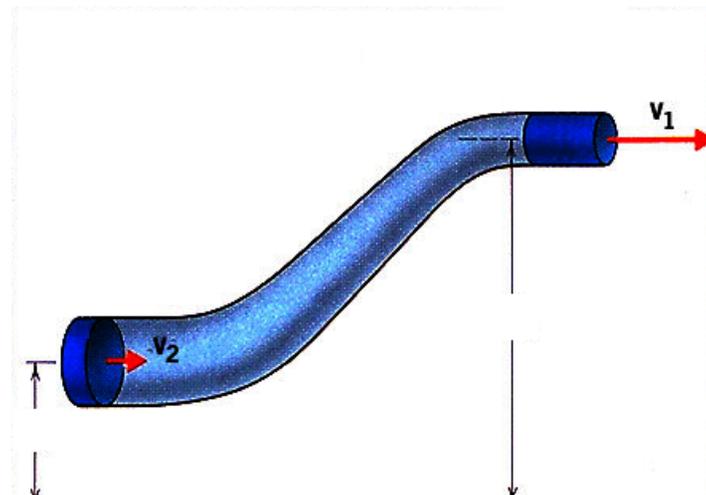
Es.: il flusso attorno ad una pallina da golf in volo è stazionario al di sopra ed al di sotto di essa, mentre è turbolento dietro.

Teorema di Bernoulli

Definizione di fluido ideale:

1. Non viscoso (non sono presenti forze di attrito interne tra strati adiacenti di liquido)
2. Incomprimibile (densità costante)
3. Il moto del fluido è stazionario (velocità, densità e pressione in ogni punto non variano col tempo).
4. Il moto del fluido non è turbolento.

Quando un fluido ideale è in movimento lungo un tubo a sezione e quota variabile la pressione cambia lungo il tubo.



Bernoulli, basandosi unicamente sulla conservazione dell'energia dimostrò che la somma della pressione (P), dell'energia cinetica per unità di volume ($1/2 \rho v^2$) e dell'energia potenziale per unità di volume ($\rho g h$) è costante in tutti i punti di una linea di corrente.

Ciò viene espresso dalla relazione

$$P + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g h = \text{costante}$$

Teorema di Bernoulli

Definizione di fluido ideale:

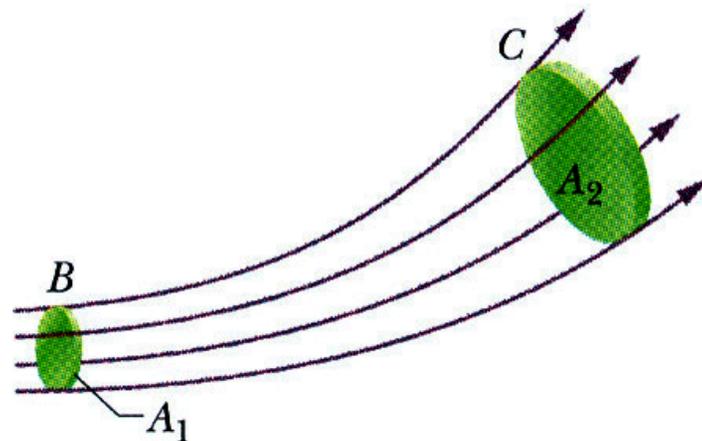
1. Non viscoso (non sono presenti forze di attrito interne tra strati adiacenti di liquido)
2. Incomprimibile (densità costante)
3. Il moto del fluido è stazionario (velocità, densità e pressione in ogni punto non variano col tempo).
4. Il moto del fluido non è turbolento.

Quando un fluido ideale è in movimento lungo un tubo a sezione e quota variabile la pressione cambia lungo il tubo.

Bernoulli, basandosi unicamente sulla conservazione dell'energia dimostrò che la somma della pressione (P), dell'energia cinetica per unità di volume ($1/2 \rho v^2$) e dell'energia potenziale per unità di volume ($\rho g h$) è costante in tutti i punti di una linea di corrente.

Ciò viene espresso dalla relazione

$$P + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g h = \text{costante}$$



Applicazione del teorema di Bernoulli

Spinta dell'aria sull'ala di un aereo.

Assumiamo che la forma dell'ala sia tale da non causare vortici.

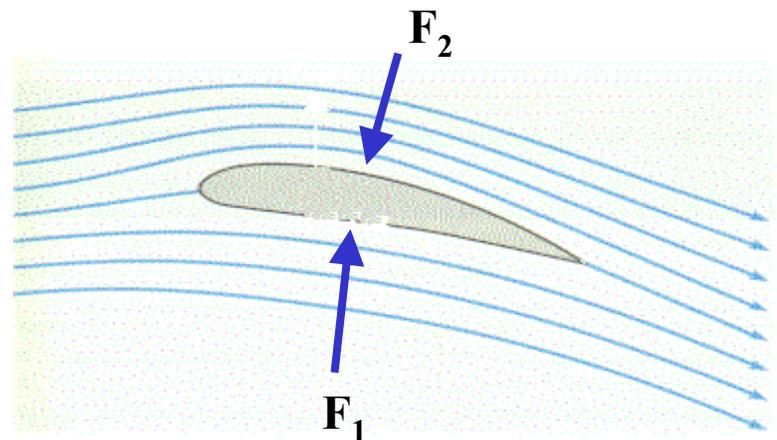
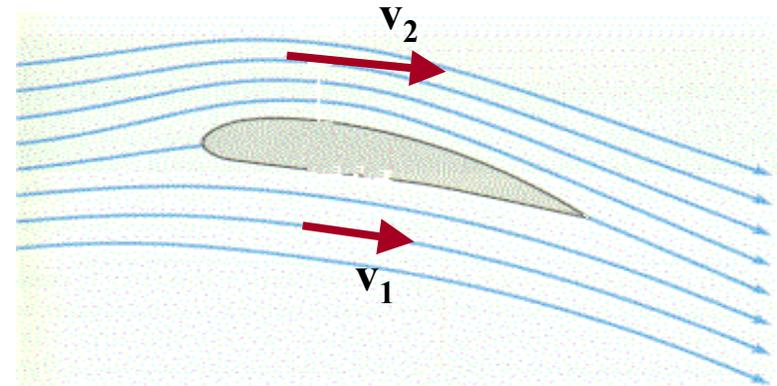
Dalla figura in alto si nota che le linee di corrente sopra l'ala sono più dense di quelle sotto. Ciò significa che l'aria al di sopra dell'ala scorre più velocemente di quella al di sotto.

Applicando il teorema di Bernoulli

$$P + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g h = \text{costante}$$

si ricava che la pressione al di sopra dell'ala è minore di quella al di sotto e viene a crearsi una forza risultante diretta verso l'alto.

La spinta comunque dipende da vari fattori come la velocità dell'aereo e l'inclinazione dell'ala. Quando queste aumentano il flusso turbolento aumenta, riducendo la spinta prevista dall'effetto Bernoulli.



Viscosità

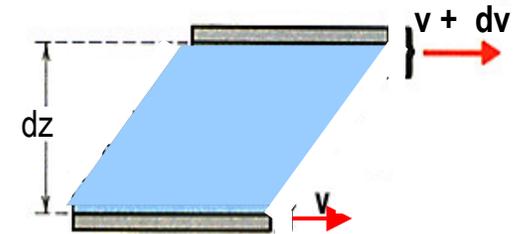
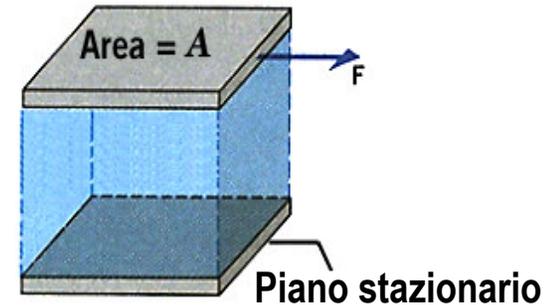
I liquidi reali scorrono sempre in presenza di attrito. Nello scorrimento in una condotta uno strato sottilissimo di liquido aderisce alla superficie della parete e gli strati più interni scorrono via via uno dentro l'altro.

La forza di attrito dipende dalla estensione della superficie del liquido considerato e dalla differenza di velocità tra gli strati vicini.

I due strati di area A (fig. a destra) si muovono rispettivamente con velocità v e $v + dv$. Per spostare lo strato superiore sopra quello inferiore è necessaria una forza F data da

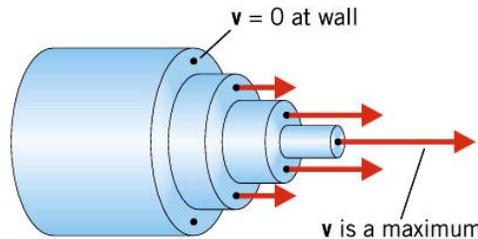
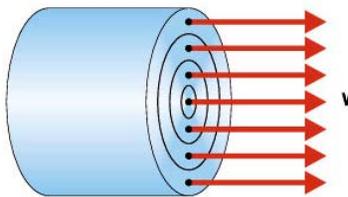
$$\frac{F}{A} = \eta \frac{dv}{dz} \quad (\text{legge di Newton})$$

dove η è il **coefficiente di viscosità** definito da $\eta = \frac{F}{A} \bigg/ \frac{dv}{dz}$ e la cui unità di misura è $Pa \cdot s$.



Elemento di volume di un fluido viscoso.

Profilo di velocità in una condotta cilindrica.



La tensione superficiale (1)

Le forze superficiali si creano per effetto di un'asimmetria delle forze che agiscono su una molecola in prossimità della superficie.

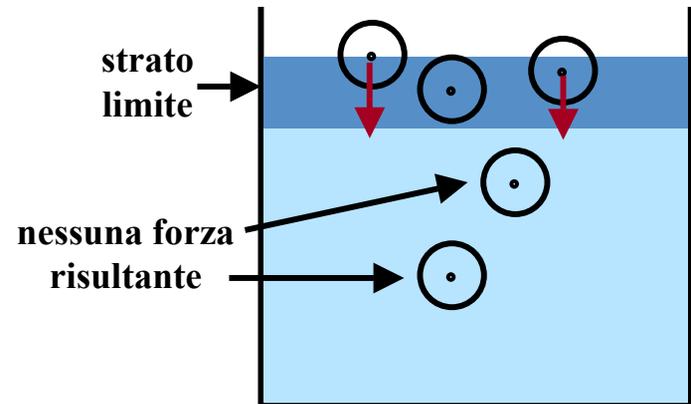
All'interno di un liquido, entro il loro raggio d'azione, agiscono su ogni molecola **forze di attrazione intermolecolari**, in tutte le direzioni e con la stessa intensità (vedi figura). Se però una molecola si trova al limite una parte delle forze non viene compensata, provocando una forza risultante perpendicolare alla superficie del liquido. Le molecole di superficie vengono attratte verso l'interno, spingendo su quelle sottostanti e producendo una pressione.

Per aumentare la superficie di un liquido si devono portare ulteriori molecole alla superficie, vincendo la loro attrazione molecolare. Occorre produrre lavoro, che viene accumulato nella superficie ingrandita.

L'**energia superficiale specifica**, o **tensione superficiale**, è definita da

$$\gamma = \frac{\text{lavoro di formazione di una nuova superficie } (\Delta W)}{\text{area della nuova superficie } (\Delta A)}$$

e si misura in N m^{-1} .



La tensione superficiale (2)

La tensione superficiale può essere ricavata anche in un altro modo.

Se si vuole aumentare la superficie di un liquido, ad esempio allargando una lamella di liquido (fig. a destra) viene svolto il lavoro

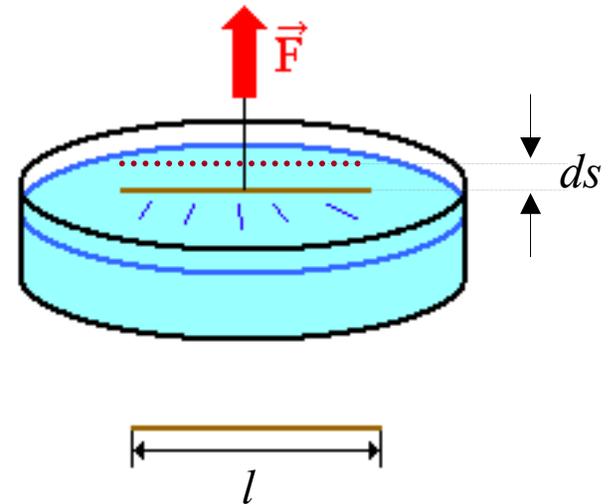
$$\Delta W = F \Delta s$$

La superficie viene aumentata di $2 l \Delta s$ per cui l'aumento di energia superficiale è $2 \gamma l \Delta s$. Per la conservazione dell'energia si ha:

$$F \Delta s = 2 \gamma l \Delta s$$

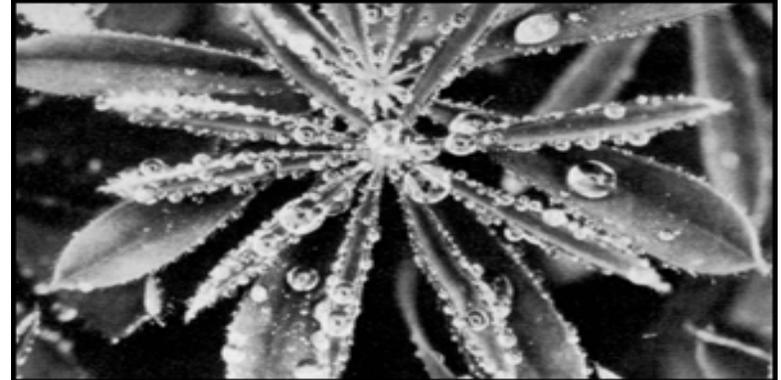
da cui

$$\gamma = \frac{F}{2 l}$$



Esempi di tensione superficiale in natura

Le gocce d'acqua non scivolano dalla foglie a causa della tensione superficiale.



Zanzara sulla superficie dell'acqua. La zanzara comprime leggermente la superficie dell'acqua che, deformata, produce una forza verso l'alto che compensa il peso della zanzara.

