

ESERCIZI SU VARIABILI ALEATORIE E STATISTICA INDUTTIVA

VARIABILI ALEATORIE CONTINUE

ESERCIZIO 1. Trova $c \in \mathbb{R}$ tale che

$$f(x) = \begin{cases} cx^2 & \text{se } 0 \leq x \leq 2, \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

sia funzione di densità di probabilità per una variabile aleatoria continua (v.a.c. in breve) X . Determina poi $p(1 \leq X \leq 2)$.

ESERCIZIO 2. Sia X una v.a.c. con funzione di densità di probabilità

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } 0 \leq x \leq 1, \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Trova la funzione di distribuzione di probabilità F .

ESERCIZIO 3. Trova $c \in \mathbb{R}$ tale che

$$f(x) = \frac{c}{1+x^2}$$

sia funzione di densità di probabilità per una v.a.c. X . Determina poi la funzione di distribuzione della probabilità F .

ESERCIZIO 4. Il percorso effettuato da una molecola di un gas prima di collidere con un'altra molecola è una v.a.c. X con funzione di distribuzione della probabilità

$$F(x) = 1 - e^{-\frac{x}{a}}$$

dove $x \geq 0$ e a è un parametro caratteristico del gas.

Qual è la probabilità che il percorso sia maggiore dell'unità?

Se fosse noto che per un certo gas è $p(X < 10) = 0.9$, quale sarebbe il valore di a ?

ESERCIZIO 5. Trova la varianza della v.a.c. X con funzione di densità di probabilità

$$f(x) = \begin{cases} 6(x-x^2) & \text{se } 0 < x < 1, \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

ESERCIZIO 6. Sia X una v.a.c. con funzione di densità di probabilità

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x} & \text{se } x \geq 0, \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Determina la media, la mediana, la varianza, lo scarto quadratico medio ed eventuali mode di X .

ESERCIZIO 7. Sia X una v.a.c. con funzione di densità di probabilità

$$f(x) = \begin{cases} 2(1-x) & \text{se } 0 \leq x \leq 1, \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Trova il 25-esimo percentile, la funzione di distribuzione di probabilità F ed eventuali mode di X .

STATISTICA INDUTTIVA: DISTRIBUZIONE NORMALE

ESERCIZIO 8. La distribuzione del numero di un certo tipo di batteri in 1ml di acqua tende alla distribuzione normale $\mathcal{N}(85, 81)$.

Qual è la probabilità che vi siano più di 100 batteri di quel tipo in 1 ml di acqua?

ESERCIZIO 9. La quantità di radiazioni che possono essere assorbite da un individuo prima di subire un danno irreparabile è una v.a.c. X normale $\mathcal{N}(500, 150^2)$, con valori misurati in Roentgen.

Trova il livello di dosaggio al di sopra del quale sopravvive solo il 5% delle persone esposte alle radiazioni.

ESERCIZIO 10. L'altezza dei figli di un uomo alto 180 centimetri è distribuita normalmente con media 182 e varianza 10.

Qual è la probabilità che un figlio dell'uomo:

- (a) abbia un'altezza compresa tra 180 e 184 cm?
- (b) superi i 185 cm di altezza?

ESERCIZIO 11. L'altezza media in cm di un bambino di 7 mesi è distribuita normalmente con media 71 e varianza 6.25.

Qual è la percentuale di bambini di 7 mesi che superano i 74 cm di altezza?

ESERCIZIO 12. Un processo produce cuscinetti i cui diametri sono distribuiti normalmente con media 2.505 cm e scarto quadratico medio 0.008 cm. Affinché un cuscinetto possa essere utilizzato, è necessario che il suo diametro sia compreso tra 2.49 e 2.51 cm.

Quale percentuale dei cuscinetti non potrà essere utilizzata?

ESERCIZIO 13. Il peso di certe confezioni alimentari prodotte in modo automatico è una variabile aleatoria normale con media 250 g e scarto quadratico medio 3 g.

Calcola la probabilità che una confezione:

- (a) pesi meno di 245 g,
- (b) pesi più di 250 g,
- (c) abbia un peso compreso tra 247 g e 253 g.