

## ESERCIZI DI PROBABILITÀ

ESERCIZIO 1. Lanciando un dado non truccato, calcola la probabilità che si ottenga un numero pari, che si ottenga un numero dispari, che si ottenga un numero primo, che si ottenga un numero maggiore di 4.

ESERCIZIO 2. Lanciando due dadi non truccati, supponi che i 36 risultati possibili siano equiprobabili. Siano  $A$  l'evento di ottenere per somma 7,  $B$  l'evento di ottenere due numeri uguali e  $C$  l'evento di ottenere due 3. Calcola  $p(A)$ ,  $p(\Omega \setminus A)$ ,  $p(B \cup C)$  e  $p(B \cap C)$ .

ESERCIZIO 3. Qual è la probabilità di estrarre un asso oppure una figura da un mazzo di 40 carte non truccate? Qual è invece la probabilità di non estrarre una figura?

ESERCIZIO 4. Qual è la probabilità di estrarre una figura oppure una carta di fiori da un mazzo da poker di 52 carte non truccate? Qual è invece la probabilità di estrarre una figura che non sia di fiori?

ESERCIZIO 5. Un'urna contiene 3 palline gialle e 8 palline rosse tutte uguali. Si effettuano due estrazioni successive senza reimbussolamento, cioè senza reintrodurre la pallina estratta nell'urna. Qual è la probabilità che la seconda pallina sia rossa? Qual è invece la probabilità di estrarre due palline gialle?

ESERCIZIO 6. Si lanciano contemporaneamente tre dadi non truccati. Qual è la probabilità che almeno due di essi mostrino la stessa faccia?

ESERCIZIO 7. Sia  $\Omega = \{n \in \mathbb{N} \mid 1 \leq n \leq 240\}$  e supponi che  $\Omega$  sia equiprobabile. Siano  $A = \{n \text{ è un multiplo di } 3\}$ ,  $B = \{n \text{ è un multiplo di } 4\}$  e  $C = \{n \text{ è un multiplo di } 6\}$ . Determina se  $A$  e  $B$  sono eventi indipendenti. Determina se  $B$  e  $C$  sono indipendenti.

ESERCIZIO 8. Lanciando due volte una moneta non truccata, qual è la probabilità che esca testa in entrambi i lanci se

- (a) al primo lancio esce testa?
- (b) esce almeno una volta testa?

ESERCIZIO 9. Descrivi lo spazio campione del lancio di una moneta non truccata due volte e considera i seguenti tre eventi:  $A = \{\text{esce testa al primo lancio}\}$ ,  $B = \{\text{esce testa al secondo lancio}\}$ ,  $C = \{\text{esce testa una e una sola volta}\}$ . Determina se  $A$ ,  $B$  e  $C$  sono tre eventi indipendenti.

ESERCIZIO 10. Una scatola contiene 10 palline, 6 verdi e 4 bianche tali che 4 palline verdi sono lisce e le altre 2 verdi sono ruvide, mentre 1 pallina bianca è liscia e le altre 3 bianche sono ruvide. Supponi lo spazio campione equiprobabile e calcola le seguenti probabilità nell'estrazione a caso di una pallina:

- (a) la probabilità di estrarre una pallina bianca,
- (b) la probabilità di estrarre una pallina verde,
- (c) la probabilità di estrarre una pallina ruvida,
- (d) la probabilità di estrarre una pallina bianca, sapendo che è stata estratta una pallina ruvida,

- (e) la probabilità di estrarre una pallina bianca, sapendo che è stata estratta una pallina liscia.

ESERCIZIO 11. Si effettuano due estrazioni successive da un mazzo di 40 carte non truccate senza reintrodurre la prima carta estratta nel mazzo. Calcola la probabilità di estrarre

- (a) una figura come seconda carta, sapendo che la prima carta estratta è un asso.  
(b) una carta di coppe come seconda carta, sapendo che la prima carta estratta è un re.

ESERCIZIO 12. Lanciando due dadi non truccati, calcola la probabilità che escano due 6 e la probabilità che escano due numeri pari.

ESERCIZIO 13. Lanciando tre dadi non truccati, qual è la probabilità di ottenere esattamente due numeri pari?

ESERCIZIO 14. Un sacchetto contiene 8 palline rosse e 5 palline gialle. Si effettuano 3 estrazioni successive senza reimbussolamento. Qual è la probabilità che la prima e la terza pallina estratta siano entrambe rosse? Qual è la probabilità che tutte le tre palline estratte siano rosse?

ESERCIZIO 15. Un'urna contiene 10 palline, di cui 3 bianche e 7 nere. Si effettuano 3 estrazioni successive:

- (a) con reimbussolamento  
(b) senza reimbussolamento.

Quali sono le probabilità di estrarre 0, 1, 2, 3 palline bianche nei due casi?

ESERCIZIO 16. Ci sono 3 scatole identiche: la prima contiene 2 monete da 50 centesimi, la seconda contiene una moneta da 50 centesimi ed una da 1 euro, la terza contiene 2 monete da 1 euro. Le 3 scatole vengono mescolate, poi se ne sceglie una a caso e da essa si estrae una moneta. La moneta estratta è da 50 centesimi. Qual è la probabilità che si tratti della prima scatola?

ESERCIZIO 17. Calcola la probabilità che una famiglia con due figli abbia:

- (a) un maschio e una femmina,  
(b) un maschio e una femmina, sapendo che uno dei due figli è un maschio,  
(c) un maschio e una femmina, sapendo che il primogenito è un maschio,

supponendo il sesso del secondo figlio sia indipendente dal sesso del primo figlio e che lo spazio campione sia equiprobabile.

In realtà, la probabilità di avere un figlio maschio non è uguale alla probabilità di avere una figlia femmina. Ripeti l'esercizio supponendo che la probabilità di avere un figlio maschio sia il 51,3% mentre la probabilità di avere una figlia femmina sia il 48,7%.

ESERCIZIO 18. Una compagnia di assicurazioni suddivide le persone in 2 classi: propense agli incidenti (il 30% della popolazione) e non propense agli incidenti (il rimanente 70%). Le statistiche dell'assicurazione mostrano che la probabilità di avere un incidente in un anno è il 40% per gli individui propensi agli incidenti, mentre è il 20% per quelli non propensi agli incidenti.

Qual è la probabilità che un nuovo assicurato abbia un incidente entro un anno dall'acquisto della polizza?

ESERCIZIO 19. In un ufficio il lavoro viene svolto nelle seguenti percentuali: il 30% dal signor X, il 25% dal signor Y e il 45% dal signor Z. Si sa che ogni pratica è preparata da un solo impiegato e che le pratiche preparate dai signori X, Y, Z contengono rispettivamente lo 0,01%, lo 0,005% e lo 0,003% di errori. Se una pratica presenta errori, qual è la probabilità che sia stata preparata dal signor X? Se una pratica non presenta errori, qual è la probabilità che sia stata preparata dal signor Z?

ESERCIZIO 20. Tre commissioni d'esame bocchiano in media con la seguente frequenza: la prima il 20% degli studenti, la seconda il 40% degli studenti, la terza il 65% degli studenti. Sapendo che uno studente è stato bocciato, qual è la probabilità che sia stato esaminato dalla terza commissione? Sapendo che uno studente è stato promosso, qual è la probabilità che sia stato esaminato dalla terza commissione?

ESERCIZIO 21. Lo 0,5% di una popolazione soffre di una determinata malattia M. In un laboratorio analisi l'esame del sangue individua la malattia M (quando essa è presente nel paziente) nel 95% dei casi. L'esame rileva però anche dei "falsi positivi" nell'1% dei casi (ovvero, una persona sana risulta positiva all'esame con probabilità dell'1%).

Qual è la probabilità che una persona risultata positiva all'esame abbia veramente la malattia M?

ESERCIZIO 22. Un'indagine medica ha stabilito che l'1% della popolazione è portatrice di una malattia. Si sa che un esame del sangue ha una precisione dell'85% nello stabilire la presenza o l'assenza della malattia: se una persona è portatrice della malattia la probabilità che il test sia positivo è l'85%, oppure se una persona non è portatrice della malattia la probabilità che il test sia negativo è l'85%. Scelta una persona a caso

- a) qual è la probabilità che il test sia positivo?
- b) se il test è positivo, qual è la probabilità che la persona sia portatrice o meno della malattia?

ESERCIZIO 23. Un'indagine medica su una malattia ha fornito i seguenti dati: la malattia è presente nell'1% della popolazione; la probabilità che, se una persona è malata, il test risulti positivo è l'80%; la probabilità che, se una persona è sana, il test risulti positivo è il 10%.

Scelta una persona a caso, qual è la probabilità che il test risulti positivo?

Qual è la probabilità che, se il test risulta positivo, la persona è malata?

Qual è la probabilità che, se il test risulta positivo, la persona è sana?

ESERCIZIO 24. Una certa malattia colpisce il 4% degli italiani. Un test clinico ha fornito i seguenti dati: la probabilità che, se una persona è malata, il test risulti positivo è il 90%, mentre il test risulta positivo su soggetti sani nel 5% dei casi.

Qual è la probabilità di non soffrire della malattia per una persona il cui test è risultato positivo?

ESERCIZIO 25. Un test diagnostico per una certa malattia fornisce un risultato positivo nel 90% dei casi in cui la malattia è effettivamente presente, e nel 5% dei casi in cui la malattia non è presente.

- a) Se l'incidenza della malattia nella popolazione è  $1/200$ , calcola la probabilità che un individuo scelto a caso nella popolazione sia effettivamente malato se il test dà un risultato positivo.

- b) Quale sarebbe invece l'incidenza della malattia se la probabilità che un individuo scelto a caso nella popolazione risulti positivo al test fosse del 20%?

ESERCIZIO 26. Nel periodo natalizio tre ragazzi lavorano in un grande magazzino per impacchettare i regali. Riccardo prepara il 40% dei pacchetti, Elena impacchetta il 38% dei regali e Giovanni prepara i pacchi rimanenti. Sappiamo che la probabilità che un pacco preparato da Riccardo abbia l'etichetta del prezzo è 7,6%, la probabilità che un pacco preparato da Elena non abbia l'etichetta del prezzo è il 79%, infine la probabilità che un pacco preparato da Giovanni non abbia l'etichetta del prezzo è il 62%.

Qual è la probabilità che ad un regalo acquistato ed impacchettato in questo grande magazzino non sia stata tolta l'etichetta del prezzo?

Si supponga che un cliente scopra che ad un regalo da lui fatto ad amici ed impacchettato nel grande magazzino, non era stata tolta l'etichetta del prezzo. Qual è la probabilità che quel pacco sia stato impacchettato da Riccardo?

ESERCIZIO 27. In una comunità il 10% degli individui con oltre 50 anni ha il diabete. La probabilità che un medico diagnostichi il diabete ad un individuo effettivamente malato è il 92%, mentre la probabilità che egli diagnostichi il diabete ad un individuo sano è il 3%.

Qual è la probabilità che questo medico ad un adulto di oltre 50 anni scelto casualmente nella comunità diagnostichi il diabete?

Supponendo che ad un individuo di oltre 50 anni della comunità il medico abbia diagnosticato il diabete, qual è la probabilità che non sia malato?

ESERCIZIO 28. In Italia, l'88,5% dei disabili soffre di una malattia cronica, mentre solo il 47,8% dei non disabili ne soffre. Inoltre, il 4,8% della popolazione italiana è disabile. Qual è la probabilità che un italiano soffra di una malattia cronica?

ESERCIZIO 29. I laureati presso l'Università della città di XYZ nell'anno accademico 2009/2010 si suddividono nelle seguenti percentuali: il 44% sono laureati in Ingegneria, il 36% in Farmacia e il rimanente in Filosofia. Sappiamo che le probabilità che un laureato in Ingegneria, Farmacia e Filosofia trovi lavoro entro un anno sono rispettivamente 90%, 76% e 49%.

Qual è la probabilità che un laureato presso l'Università della città di XYZ nell'a.a. 2009/2010 trovi lavoro entro un anno?

Sapendo che un laureato presso l'Università della città di XYZ nell'a.a. 2009/2010 ha trovato lavoro entro un anno, qual è la probabilità che sia laureato in Farmacia?

Sapendo che un laureato presso l'Università della città di XYZ nell'a.a. 2009/2010 non ha trovato lavoro entro un anno, qual è la probabilità che sia laureato in Filosofia?

ESERCIZIO 30. Un'azienda industriale possiede tre stabilimenti: A, B e C. Nello stabilimento A si produce la metà dei pezzi, e di questi il 10% sono difettosi. Nello stabilimento B si produce un terzo dei pezzi, e il 7% sono difettosi. Nello stabilimento C si produce il rimanente dei pezzi e il 5% di questi sono difettosi.

Qual è la probabilità che un pezzo prodotto dall'azienda sia difettoso?

Sapendo che un pezzo è difettoso, con quale probabilità esso proviene dallo stabilimento A?

Sapendo che un pezzo non è difettoso, con quale probabilità esso proviene dallo stabilimento C?