

MATRICOLA ..... COGNOME E NOME .....

**Giustificare adeguatamente le soluzioni dei seguenti esercizi:**

**ESERCIZIO 1.**

Un farmaco di un'azienda farmaceutica è prodotto da due stabilimenti: il più grande ne produce l'80%, mentre il più piccolo ne produce il rimanente. Il controllo di qualità dell'azienda verifica che sono senza difetti il 90% delle scatole prodotte dallo stabilimento più grande e il 97% di quelle prodotte dal più piccolo.

- (a) Qual è la probabilità in percentuale che una scatola del farmaco, scelta a caso, sia senza difetti?
- (b) Qual è la probabilità in percentuale che una scatola difettosa sia stata prodotta dallo stabilimento più grande? E da quello più piccolo?

**ESERCIZIO 2.**

A 20 adulti è stato chiesto di scrivere il numero di persone che vivono in casa con loro: due hanno scritto di vivere da soli, quattro di vivere in due, cinque di vivere in tre, sei di vivere in quattro e infine tre di vivere in cinque.

- (a) Disegnare un istogramma con i dati raccolti.
- (b) Qual è la percentuale di adulti che vivono in più di tre persone insieme?
- (c) Calcolare media, mediana, moda, varianza e lo scarto quadratico medio dei dati raccolti.

**ESERCIZIO 3.**

Studiare il grafico della funzione

$$g(x) = -2 - \frac{e^{-(x-1)^2}}{\sqrt{\pi}}.$$

In particolare calcolare la derivata prima e seconda di  $g(x)$  e determinare gli eventuali punti di massimo o minimo, specificando se solo relativi o assoluti, e i punti di flesso di  $g(x)$ .

Dire se la funzione  $f(x) = -2 - g(x)$  può essere funzione di densità di probabilità di una variabile aleatoria continua.

**ESERCIZIO 4.**

Calcolare

$$\int_{-\infty}^{-2} 2e^{3x} dx.$$

**ESERCIZIO 5.**

Scrivere la definizione del seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} h(x) = -\infty.$$

Determinare, se esiste, una funzione  $h(x)$  che verifichi tale limite.

MATRICOLA ..... COGNOME E NOME .....

**Giustificare adeguatamente le soluzioni dei seguenti esercizi:**

**ESERCIZIO 1.**

Una ditta farmaceutica commissiona un'indagine statistica per stabilire eventuali connessioni fra il manifestarsi degli effetti collaterali di un certo farmaco ed il sesso del paziente.

Controllando un campione di 1200 pazienti, di cui 700 donne e 500 uomini, si verifica la comparsa di effetti collaterali su 92 donne e 43 uomini.

Determinare quali sono le probabilità, in percentuale, che:

- (a) si presentino effetti collaterali, sapendo che il paziente è maschio;
- (b) non si presentino effetti collaterali;
- (c) il paziente sia femmina, sapendo che si sono manifestati effetti collaterali.

**ESERCIZIO 2.**

Per produrre un nuovo vaccino stiamo sperimentando un virus con il DNA modificato.

Verificando la durata di vita di un campione di 30 virus, troviamo che quattro virus muoiono dopo 5 giorni, cinque muoiono dopo 11 giorni, sei dopo 8 giorni, sette dopo 12 giorni e infine otto muoiono dopo 9 giorni.

- (a) Disegnare un istogramma con i dati raccolti, indicando la durata di vita in ascissa e le frequenze in ordinata.
- (b) Qual è la percentuale di virus che non vivono più di 10 giorni?
- (c) Calcolare media, mediana, moda, varianza e lo scarto quadratico medio dei dati raccolti.

Riparlando successivamente con i tecnici di laboratorio, scopriamo che c'è stato un errore di scala nelle misurazioni, che vanno tutte divise per 10 (cioè quattro virus sono morti dopo 0.5 giorni, cinque dopo 1.1 giorni, ecc.). Quali sono la media e la varianza corrette?

**ESERCIZIO 3.**

Studiare il grafico della funzione

$$f(x) = -e^{-x}(x + 1 + |x|) = \begin{cases} -e^{-x} & \text{se } x < 0, \\ -e^{-x}(2x + 1) & \text{se } x \geq 0. \end{cases}$$

In particolare determinare gli eventuali punti di massimo e/o di minimo (relativi e/o assoluti), i punti di flesso e dire se  $f(x)$  è derivabile in tutti i punti in cui è definita.

**ESERCIZIO 4.**

Calcolare

$$\int_1^{+\infty} e^{-x}(2x - 1) dx.$$

**ESERCIZIO 5.**

Scrivere la definizione di varianza di una variabile aleatoria continua con funzione di densità di probabilità  $f(x)$  definita sull'intervallo  $[-2, +\infty)$ .

Dare un esempio di variabile aleatoria continua che ha media 2 e varianza 1.

MATRICOLA ..... COGNOME E NOME .....

**Giustificare adeguatamente le soluzioni dei seguenti esercizi:**

**ESERCIZIO 1.**

Nella vostra farmacia lavorano tre dipendenti. Ogni settimana, quando arrivano i farmaci dal magazzino, il dipendente più esperto mette a posto negli scaffali il 45% dei farmaci, un secondo dipendente ne mette a posto il 35% e infine il terzo dipendente, il meno esperto, ne mette a posto il rimanente. Purtroppo tutti e tre i dipendenti commettono qualche errore: il meno esperto commette errori con una probabilità del 2%, il più esperto fa errori con una probabilità dello 0.9% e l'altro dipendente con una probabilità dell'1.3%.

- (a) Determinare la probabilità che un farmaco sia stato messo nello scaffale correttamente.
- (b) Prendendo un farmaco da uno scaffale ci accorgiamo che era nel posto sbagliato. Qual è la probabilità che il farmaco sia stato messo nello scaffale dal dipendente meno esperto?
- (c) Qual è la probabilità che un farmaco, posizionato correttamente, sia stato messo nello scaffale dal dipendente più esperto?

Indicare le probabilità in percentuale, arrotondate alla seconda cifra decimale se necessario.

**ESERCIZIO 2.**

Studiando la resistenza all'innalzamento della temperatura di un nuovo batterio, verificiamo che alla temperatura di 22° centigradi muoiono 2 batteri, a 24° centigradi muoiono 4 batteri, a 28° muoiono 12 batteri, a 32° muoiono 11 batteri, a 34° muoiono 6 batteri, e infine a 36° muoiono 5 batteri.

- (a) Disegnare un istogramma con i dati raccolti, indicando la temperatura in ascissa e le frequenze in ordinata.
- (b) Calcolare media, mediana, moda, varianza e lo scarto quadratico medio dei dati raccolti.

**ESERCIZIO 3.**

Studiare il grafico della funzione

$$f(x) = -(x + 2)^2 \log(x + 2)$$

dove "log" è il logaritmo naturale in base  $e$ .

In particolare calcolare la derivata prima e seconda, gli eventuali punti di massimo e/o di minimo (relativi e/o assoluti), punti di flesso, asintoti orizzontali e/o verticali, ecc.

**ESERCIZIO 4.**

Determinare il valore del numero reale  $c$  tale che la funzione

$$f(x) = -\frac{2c}{1 + x^2}$$

sia una funzione di densità di probabilità per una variabile aleatoria continua.

**ESERCIZIO 5.**

Scrivere la definizione di  $\sigma$ -algebra e la definizione di eventi incompatibili.

Dare un esempio di eventi incompatibili.

MATRICOLA ..... COGNOME E NOME .....

**Giustificare adeguatamente le soluzioni dei seguenti esercizi.**

ESERCIZIO 1.

Una medicina della vostra azienda farmaceutica è prodotta da tre stabilimenti: il più grande ne produce il 45%, il più piccolo ne produce il 25% e il terzo stabilimento ne produce il rimanente.

Il controllo di qualità dell'azienda verifica che sono senza difetti l'85% delle medicine prodotte dallo stabilimento più grande, il 95% di quelle prodotte dallo stabilimento più piccolo e il 90% di quelle prodotte dall'altro stabilimento.

- (a) Qual è la probabilità, in percentuale, che una medicina, scelta a caso, sia senza difetti?
- (b) Qual è la probabilità in percentuale che una medicina difettosa sia stata prodotta dallo stabilimento più grande? E da quello più piccolo?

**Scrivere le percentuali arrotondate alla *seconda* cifra decimale, dopo la virgola, facendo attenzione agli arrotondamenti!**

ESERCIZIO 2.

A 20 adulti è stato chiesto di scrivere la loro altezza in centimetri: due hanno scritto di essere alti 173cm, quattro di essere alti 176cm, cinque di essere alti 181cm, sei di essere alti 185cm e infine tre di essere alti 189cm.

- (a) Disegnare un istogramma con i dati raccolti, indicando le altezze lungo le ascisse (orizzontali) e le frequenze lungo le ordinate (verticali).
- (b) Qual è la percentuale di adulti che sono alti più di 180cm?
- (c) Calcolare media, mediana, moda, varianza e lo scarto quadratico medio dei dati raccolti.

ESERCIZIO 3.

Studiare il grafico della funzione

$$f(x) = \begin{cases} 3e^{-(x+2)^2} & \text{se } x \geq -2, \\ 5e^{-3(x+2)^2} - 2 & \text{se } x < -2. \end{cases}$$

In particolare calcolare se la funzione  $f(x)$  è continua e derivabile in  $x = -2$ , determinare la derivata prima e seconda di  $f(x)$  e gli eventuali punti di massimo o minimo (relativi e/o assoluti) e i punti di flesso di  $f(x)$ .

ESERCIZIO 4.

Calcolare

$$\int_{-\pi}^{\pi} (\cos(x) - \sin(x)) dx.$$

ESERCIZIO 5.

Scrivere la definizione di varianza di una variabile aleatoria continua e darne un esempio.

MATRICOLA ..... COGNOME E NOME .....

**Giustificare adeguatamente le soluzioni dei seguenti esercizi:**

**ESERCIZIO 1.**

Un'indagine statistica ha verificato che il 2% della popolazione italiana è portatrice di una certa malattia. È stato preparato un test clinico che risulta positivo nell'85% delle persone portatrici della malattia e che risulta negativo nel 95% delle persone che non sono portatrici della malattia.

- (a) Scelta a caso una persona, qual è la probabilità in percentuale che il test sia positivo?
- (b) Se il test è positivo, qual è la probabilità in percentuale che la persona sia portatrice della malattia? E che la persona non sia portatrice della malattia?

Nelle risposte alle domande (a) e (b), indicare le probabilità in percentuale, arrotondate alla seconda cifra decimale, dopo la virgola, se necessario.

**ESERCIZIO 2.**

Un'indagine statistica su un campione di 40 donne ha verificato che, fra queste, ce ne sono 4 che pesano 55 kg, ce ne sono 8 che pesano 60 kg, ci sono 10 donne che pesano 65 kg, 12 donne che pesano 62 kg e infine 6 donne che pesano 68 kg.

- (a) Disegnare un istogramma con i dati raccolti, indicando il peso lungo le ascisse (orizzontali) e le frequenze lungo le ordinate (verticali).
- (b) Qual è la percentuale di donne che pesano più di 61 kg?
- (c) Calcolare media, mediana, moda, varianza e scarto quadratico medio dei dati raccolti.

**ESERCIZIO 3.**

Studiare il grafico della funzione

$$f(x) = (x + 2) \log(x + 2) - 3,$$

dove "log" è il logaritmo naturale in base  $e = 2,71828 \dots$ , il numero di Nepero.

In particolare calcolare il dominio della funzione, la derivata prima e seconda di  $f(x)$ , eventuali punti di massimo e/o di minimo, relativi e/o assoluti.

**ESERCIZIO 4.**

Determinare

$$\int_4^8 \frac{x}{x-3} dx.$$

**ESERCIZIO 5.**

Scrivere la definizione di  $\sigma$ -algebra e di (misura di) probabilità su uno spazio campione  $\Omega$ .

Dare un esempio.

**Corso di Laurea in Farmacia, cognomi M-Z**  
Modulo di Matematica, 5 settembre 2011, TEMA 1

MATRICOLA ..... COGNOME E NOME .....

**Giustificare adeguatamente le soluzioni dei seguenti esercizi:**

ESERCIZIO 1.

In una farmacia lavorano il sig. Rossi, il sig. Bianchi e il sig. Verdi. Rossi compie il 45% del lavoro, Bianchi il 30% del lavoro e Verdi il restante 25%. Si sa inoltre che Rossi commette errori con probabilità 0.1%, Bianchi commette errori con probabilità 0.05% e infine Verdi commette errori con probabilità 0.03%.

- (a) Determinare la probabilità che non sia stato commesso nessun errore.
- (b) Se è stato commesso un errore, qual è la probabilità che l'errore sia stato fatto da Bianchi? E che sia stato fatto da Verdi?

ESERCIZIO 2.

Un'indagine statistica su un campione di microorganismi osserva che alla temperatura di 22° centigradi muoiono 3 microorganismi, a 24° centigradi muoiono 5 microorganismi, a 28° ne muoiono 12, a 32° ne muoiono 9, a 34° ne muoiono 7 e infine a 36° muoiono 4 microorganismi.

- (a) Disegnare un istogramma con i dati raccolti, indicando la temperatura in ascissa e le frequenze in ordinata.
- (b) Calcolare media, mediana, moda, varianza e lo scarto quadratico medio dei dati raccolti.

ESERCIZIO 3.

Studiare il grafico della funzione

$$f(x) = e^{-2x}(1 + 2x + |2x|).$$

In particolare determinare gli eventuali punti di massimo e/o di minimo (relativi e/o assoluti), i punti di flesso e dire se  $f(x)$  è continua e derivabile in tutti i punti in cui è definita.

ESERCIZIO 4.

Determinare

$$\int_{-\infty}^{-2} x e^{2x} dx.$$

ESERCIZIO 5.

Scrivere la definizione del seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = -\infty.$$

Determinare, se esiste, una funzione  $f(x)$  che verifichi tale limite.